

PRESIDENTA DE LA NACIÓN

Dra. Cristina Fernández de Kirchner

JEFE DE GABINETE DE MINISTROS

Dr. Juan Manuel Abal Medina

MINISTRO DE EDUCACIÓN

Prof. Alberto E. Sileoni

SECRETARIO DE EDUCACIÓN

Lic. Jaime Perczyk

JEFE DE GABINETE

A.S. Pablo Urquiza

SUBSECRETARIO DE EQUIDAD Y CALIDAD EDUCATIVA

Lic. Eduardo Aragundi

DIRECTORA NACIONAL DE GESTIÓN EDUCATIVA

Lic. Delia Méndez

DIRECTORA NIVEL PRIMARIO

Lic. Silvia Storino

COORDINADORA DE ÁREAS CURRICULARES

Lic. Cecilia Cresta

AUTORAS

Mónica Agrasar, Graciela Chemello y Adriana Díaz

LECTURA CRÍTICA

Florencia Zyssholtz

COORDINADOR DE MATERIALES EDUCATIVOS

Dr. Gustavo Bombini

RESPONSABLE DE PUBLICACIONES

Gonzalo Blanco

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN

Rafael Medel

ASISTENCIA GRÁFICA

Mario Pesci

Palabras del Ministro

Estimados docentes:

Todos los que habitamos esta Argentina del todavía joven siglo XXI, y especialmente los educadores, estamos transitando un tiempo histórico en que el Estado ha vuelto a ocupar su lugar como garante de los derechos de todos, en el marco de un proyecto de país que tiene como prioridad trabajar para una mejor educación a través de una distribución justa de los bienes materiales y culturales.

Desde el Ministerio de Educación de la Nación asumimos la responsabilidad de que la escuela sea el lugar en el que todos aprendan y se garantice el acceso a la herencia cultural de cada uno de nuestros niños, adolescentes y jóvenes. En esta compleja y gratificante tarea, los docentes son los artífices fundamentales.

El plan Matemática para Todos en el Nivel Primario se propone promover los espacios de discusión, reflexión y pensamiento colectivo sobre la enseñanza de la Matemática y fortalecer acuerdos colectivos orientados a favorecer mejores aprendizajes matemáticos en nuestros niños y niñas.

La propuesta que les acercamos contempla generar y sostener en las escuelas un espacio de acompañamiento a la tarea de enseñanza y fortalecer la formación de equipos provinciales y locales sumando a maestros, directores, supervisores, acompañantes didácticos y capacitadores.

Esperamos que los materiales producidos sean útiles para intercambiar perspectivas, acordar propuestas para llevar al aula, “ponerlas a prueba” y revisar lo realizado para elaborar nuevas propuestas más ajustadas a cada escuela, a cada aula.

Confiamos en que en las aulas se desarrolle un tipo de trabajo matemático que dé lugar a una mayor inclusión de los alumnos y a una mejora en los resultados de sus aprendizajes, asegurando la disponibilidad de los saberes acordados federalmente en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios.

Los saluda cordialmente

Alberto Sileoni
Ministro de Educación de la Nación

Índice

Presentación	06
Secuencias didácticas para el segundo ciclo de la escuela primaria	07
Las secuencias y el trabajo en el aula	07
La enseñanza de las operaciones con números naturales	08
Introducción	08
Secuencia para 4to. Grado: Relaciones entre productos	09
Propósito y comentarios sobre las actividades	09
Actividad 1: En la escuela	11
Actividad 2: Las cuentas en los problemas	13
Actividad 3: La tabla de las tablas	13
Actividad 4: Los secretos de la tabla	15
Actividad 5: El juego del Gato	17
Actividad 6: Después del juego	19
Actividad 7: El festival	21
Actividad 8: Multiplicar más fácil	23
Actividad 9: ¿Vale o no vale?	23
Actividad 10: Mirar lo que aprendimos	25
Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?	25
Secuencia para 5to. Grado: Múltiplos y divisores	27
Propósito y comentarios sobre las actividades	27
Actividad 1: En el kiosco	29
Actividad 2: El juego de la pulga y las trampas	31
Actividad 3: Después del juego	31
Actividad 4: Más trampas para las pulgas	33
Actividad 5: Reflexiones y nuevos cálculos sobre las trampas	33
Actividad 6: Una abuela organizada	35
Actividad 7: ¿Sobra o no sobra?	35
Actividad 8: Desafíos con múltiplos y divisores	37
Actividad 9: ¿Vale o no vale?	37
Actividad 10: Mirar lo que aprendimos.	39
Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?	39
Secuencia para 6to. Grado: Procedimientos de cálculo y propiedades	41
Propósito y comentarios sobre las actividades	41
Actividad 1: Deudas pendientes	43
Actividad 2: El juego de lo más cerca posible	43
Actividad 3: Después del juego	45
Actividad 4: Combinando operaciones	45
Actividad 5: Descomponer para multiplicar	47
Actividad 6: Descomponer para dividir	49
Actividad 7: Dividir sin calculadora	51
Actividad 8: ¿Vale o no vale?	53
Actividad 9: Cálculos en una jornada de trabajo	53
Actividad 10: Mirar lo que aprendimos.	55
Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?	55

La enseñanza de las fracciones y los números decimales	56
Introducción	56
Secuencia para 4to. Grado: Fracciones y las relaciones parte todo	57
Propósito y comentarios sobre las actividades	57
Actividad 1: Entre chocolates y jugo	59
Actividad 2: Los números en los problemas	59
Actividad 3: Haciendo etiquetas	61
Actividad 4: Plegando cuadrados	63
Actividad 5: Pintando rectángulos	65
Actividad 6: Un rectángulo, muchos rompecabezas	67
Actividad 7: El juego de la escoba del 1	69
Actividad 8: Después del juego	71
Actividad 9: ¿Vale o no vale?	73
Actividad 10: Mirar lo que aprendimos.	73
Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?	75
Secuencia para 5to. Grado: Fracciones en situaciones de reparto	77
Propósito y comentarios sobre las actividades	77
Actividad 1: En una fiesta	79
Actividad 2: Los números en los problemas	79
Actividad 3: El juego de la guerra de fracciones	81
Actividad 4: Después del juego	83
Actividad 5: Repartos entre amigos	83
Actividad 6: Formas de repartir	85
Actividad 7: Nuevos repartos entre amigos	87
Actividad 8: Comparando números y partes	89
Actividad 9: ¿Vale o no vale?	91
Actividad 10: Mirar lo que aprendimos.	91
Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?	93
Secuencia para 6to. Grado: Fracciones y escrituras decimales	95
Propósito y comentarios sobre las actividades	95
Actividad 1: ¿Más o menos?	97
Actividad 2: ¿Mayor o menor?	97
Actividad 3: ¿Qué parte?	99
Actividad 4: Comparando escrituras	101
Actividad 5: Con la calculadora	103
Actividad 6: El juego de los dados	105
Actividad 7: Después del juego	107
Actividad 8: Saltos con garrocha	109
Actividad 9: ¿Vale o no vale?	109
Actividad 10: Mirar lo que aprendimos.	111
Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?	111

Presentación

Estimado colega:

Enseñar Matemática de modo que esté al alcance de todos, asumiendo nuestra responsabilidad en los resultados de los aprendizajes de los niños, es un desafío que renovamos cada año, con cada nuevo grupo de alumnos, y que nos lleva a revisar permanentemente nuestras decisiones de enseñanza.

En esta ocasión, desde el Plan “Matemática para todos”, lo invitamos a participar de un espacio de trabajo compartido entre docentes, para analizar y enriquecer nuestras prácticas.

El objetivo es profundizar un modo particular de hacer matemática en las aulas que dé lugar a la inclusión de todos los alumnos y las alumnas en una comunidad de producción. Cuando hablamos de producción, nos referimos a un “hacer matemática” que va más allá de conocer y utilizar técnicas y definiciones, y de “resolver problemas”, pues el trabajo matemático involucra necesariamente comunicar lo realizado y argumentar acerca de su validez.

De este modo, a través del Plan nos proponemos fortalecer los acuerdos colectivos para la enseñanza y el sostenimiento de un proyecto formativo en el área que, basado en los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios (NAP), contribuya a lograr trayectorias escolares continuas y completas para todos los chicos y chicas.

Para ello, se propone generar y sostener en las escuelas un espacio de acompañamiento a la tarea de enseñanza que de lugar a la especialización en cada provincia de un grupo de maestros, acompañantes didácticos y capacitadores. La propuesta tiene como eje el análisis y la reflexión sobre la implementación en las aulas de secuencias didácticas especialmente elaboradas para el Plan.

En el transcurso del año se realizan encuentros a los que asisten los docentes y la escuela recibe la visita de un acompañante didáctico mientras se desarrolla cada secuencia. También se realizan encuentros de trabajo con los equipos de conducción y los supervisores de las escuelas participantes, focalizando en los aspectos vinculados a la gestión de proyectos formativos en el área de matemática y se convoca a aquellos que estén particularmente interesados en la enseñanza de la matemática a sumarse a una Red de maestros orientadores. A su vez se propone la recopilación y análisis de producciones escolares realizadas en el marco de la implementación de las secuencias, para su posterior difusión.

Las secuencias previstas en el Plan se han organizado en torno a saberes incluidos en los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios para 4to, 5to y 6to grado, incluyendo algunas actividades de los Cuadernos para el Aula, elaborados por el Ministerio de Educación de la Nación. Estos materiales para el maestro se acompañan con recursos y juegos didácticos para los alumnos, que se entregan a cada escuela.

Cabe señalar que el recorte elegido para la realización del Plan focaliza en contenidos clave en relación con la continuidad de las trayectorias escolares en el ciclo pero no cubre los contenidos previstos para cada año. Claramente es el equipo docente el que planifica el desarrollo y el alcance de los contenidos en el ciclo y esta propuesta aporta algunas alternativas posibles, para algunos temas.

Esperamos que la participación en esta experiencia, y el intercambio entre colegas, contribuya a enriquecer el trabajo de enseñanza en su aula, en su escuela, y a generar nuevas propuestas que sean de utilidad para otras aulas y otras escuelas.

Secuencias didácticas para el segundo ciclo de la escuela primaria

Las secuencias y el trabajo en el aula

En la introducción de los Cuadernos para el Aula, “Enseñar Matemática en el Segundo Ciclo”, se afirma que el sentido de los conocimientos matemáticos se construye al resolver problemas y reflexionar sobre ellos. Esto nos plantea, en principio, algunos interrogantes centrales: ¿qué problemas presentamos?, ¿cómo conviene seleccionar el repertorio de actividades para un determinado contenido y un grupo particular de alumnos? ¿con qué criterios organizarlas?

Al elegir o elaborar problemas para enseñar una noción con el propósito de que los alumnos construyan su sentido, debemos tener en cuenta diversidad de contextos, significados, representaciones y tipos de tarea. Asimismo, habrá que considerar las relaciones posibles entre datos e incógnitas, cuidando que sea la “herramienta matemática” más eficaz que permite resolverlos.

Esta variedad de problemas no puede abordarse simultáneamente y por esta razón, se organizan secuencias de actividades con propósitos definidos, sosteniendo un trabajo articulado sobre un mismo contenido en clases sucesivas.

En este sentido, es importante que el conjunto de problemas elegidos para tratar una noción matemática sea suficientemente representativo de la diversidad posible a abordar en el año escolar correspondiente pues, de otro modo, es probable que los alumnos puedan utilizarla en contextos limitados, haciendo uso de representaciones estereotipadas o en situaciones similares a las que estudiaron en la escuela.

Esa variedad de problemas debe organizarse en secuencias con propósitos claros que orienten la selección de las actividades y su articulación. Cuando esto no ocurre, resulta difícil para los alumnos identificar qué vincula a esas actividades y en consecuencia qué es lo que se espera que aprendan y, para los maestros, decidir qué intervenciones serían las más adecuadas para ajustar el trabajo en la clase de modo que todos aprendan.

En relación con la organización de las secuencias que se incluyen en este material, cabe señalar que en cada actividad se retoma algo elaborado en la anterior o las anteriores, manteniendo el foco de trabajo, pero cambiando el contexto, las representaciones que se usan o el tipo de tarea que se propone a los alumnos, o eventualmente, el significado de la noción en estudio.

Al dar lugar al uso de distintas representaciones para una misma noción e incluir la producción y análisis de distintos procedimientos para resolver un mismo problema, se enriquece el sentido que los alumnos van construyendo de la noción en estudio y se brinda a todos los niños la posibilidad de participar activamente en la clase. Por otra parte, sostener el foco de trabajo durante varias actividades brinda más tiempo para que todos puedan sumarse. Volver sobre algo que se hizo para revisarlo o para usarlo en un nuevo problema, permite que los niños encuentren una nueva oportunidad para incluirse, si no lo hicieron antes, o para descubrir nuevas relaciones.

Al inicio de cada secuencia se incluyen algunas preguntas que orientan a los chicos en relación con el propósito del recorrido. Para finalizar se propone recuperar las conclusiones del grupo, sintetizar los conocimientos que es necesario recordar y reflexionar sobre el proceso vivido para identificar logros y dificultades en el propio proceso de estudio.

Para cada secuencia, se incluye además una propuesta específica para el seguimiento de los aprendizajes de los alumnos. Esta actividad está pensada para ser realizada tanto antes de iniciar el trabajo con la secuencia como después de finalizarlo. Comparar las producciones de los alumnos en estas dos instancias permite obtener información acerca de los avances en el aprendizaje: qué procedimientos o representaciones nuevas aparecen, cómo se modifica su forma de explicar o de argumentar, etc.

Cada secuencia está prevista para ser desarrollada aproximadamente en dos o tres semanas de clase. Si bien es posible realizar algunas adecuaciones para cada grupo de alumnos, será importante mantener la estructura, el orden y el tipo de actividades para poder luego confrontar con los colegas las particularidades de la puesta en práctica de una misma propuesta.

La enseñanza de las operaciones con números naturales

Introducción

Sabemos que la mayoría de las nociones matemáticas que se enseñan en la escuela llevan mucho tiempo de elaboración, por lo que es necesario delinear distintos recorridos precisando el punto de partida y atendiendo al alcance progresivo que debiera tener el tratamiento de las nociones en el aula.

En relación con las Operaciones con Números Naturales este recorrido avanza en el ciclo atendiendo tanto a la variedad de problemas aritméticos en los que las operaciones asumen diferentes significados como a las formas de calcular. Al respecto, en los Cuadernos para el Aula se señala que “en Segundo Ciclo, es esperable que los alumnos avancen en nuevos significados de la suma, la resta, la multiplicación y la división de los números naturales, y que calculen en forma exacta y aproximada con distintos procedimientos, incluyendo la construcción de otros más económicos. Este trabajo contribuirá a lo largo del ciclo a sistematizar relaciones numéricas y propiedades de cada una de las operaciones⁽¹⁾”

Para fortalecer ese proceso el trabajo en las secuencias está ligado centralmente con conocimientos que intervienen en la producción y validación de las formas de calcular: las relaciones numéricas y las propiedades de las operaciones. Así, la propuesta para cada grado retoma:

- en cuarto, el repertorio multiplicativo, las propiedades de la multiplicación y las relaciones en la tabla pitagórica y su uso en las distintas formas de calcular;
- en quinto, la explicitación de las relaciones de múltiplo y divisor en la resolución de problemas, así como la relación entre dividendo, divisor, cociente y resto en contextos matemáticos;
- en sexto, las propiedades de las operaciones y su uso para justificar procedimientos de cálculo.

Veamos los contenidos que se abordan en las secuencias tal como se expresan en los NAP.

El reconocimiento y uso de las operaciones entre números naturales y la explicitación de sus propiedades en situaciones problemáticas que requieran:

4to grado	5to grado	6to grado
<ul style="list-style-type: none"> • multiplicar con distintos significados, utilizando distintos procedimientos y evaluando la razonabilidad del resultado obtenido. • elaborar y comparar distintos procedimientos de cálculo-, mental, escrito - de multiplicaciones por una cifra o más, analizando su pertinencia y economía en función de los números involucrados. - analizar relaciones numéricas para formular reglas de cálculo, producir enunciados sobre las propiedades de las operaciones y argumentar sobre su validez. 	<ul style="list-style-type: none"> • dividir con significado de partición evaluando la razonabilidad del resultado obtenido. • elaborar y comparar procedimientos de cálculo - exacto, mental, escrito y con calculadora- de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones por una o dos cifras, analizando su pertinencia y economía en función de los números involucrados. - argumentar sobre la validez de un procedimiento o el resultado de un cálculo usando relaciones entre números naturales y propiedades de las operaciones. - explicitar relaciones numéricas vinculadas a la división y la multiplicación (múltiplo, divisor, $D = d \times c+r$) 	<ul style="list-style-type: none"> • argumentar sobre la validez de un procedimiento o el resultado de un cálculo usando propiedades de las operaciones con números naturales. • producir y analizar afirmaciones sobre relaciones numéricas vinculadas a la división y argumentar sobre su validez. • sistematizar resultados y estrategias de cálculo mental para operar con números naturales.

1. Para precisar el alcance y el tipo de tratamiento de los contenidos en cada grado se sugiere la lectura de los apartados: *Para avanzar en las formas de calcular con números naturales* (en Serie Cuadernos para el Aula, Matemática 4 y 5) y *Para avanzar en los procedimientos de cálculo con distintos tipos de números* (en Serie Cuadernos para el Aula, Matemática 6).

Secuencia para 4to. Grado: Relaciones entre productos

Propósito y comentarios sobre las actividades

Esta secuencia promueve la producción, análisis y validación de diferentes procedimientos de cálculo para multiplicar. Desde un primer uso de la multiplicación y la división en la resolución de problemas extramatemáticos, se avanza luego en el análisis de relaciones numéricas en la tabla pitagórica y en la memorización de los productos que ella contiene para finalizar con la explicitación de las propiedades de la multiplicación y su uso en diferentes cálculos.

El conjunto de las actividades de la secuencia alterna el trabajo en contextos intra y extramatemáticos, incluyendo algún juego. Se alterna también el tipo de tarea que se solicita a los alumnos buscando dar lugar a que decidan, resuelvan, comuniquen en forma oral o escrita, justifiquen, formulen preguntas, cubriendo distintas prácticas propias del trabajo matemático.

Si bien se incluyen problemas en contexto extramatemático, donde la multiplicación se usa con distintos significados, el foco de la secuencia está en el trabajo intramatemático a propósito del uso de las propiedades de la multiplicación para resolver problemas de cálculo.

El repertorio inicial de productos comprende las multiplicaciones de números de una cifra, que luego se amplía para obtener productos donde uno de los factores tiene dos cifras.

Cabe señalar que, si bien sería posible usar las propiedades para resolver multiplicaciones con números más grandes, en esta secuencia se prioriza la producción y el análisis de procedimientos, y se busca fortalecer el repertorio de resultados memorizados y las estrategias de cálculo mental, sin avanzar en el análisis del algoritmo tradicional ni en su dominio.

En función del tiempo disponible, y de los conocimientos del grupo, las Tareas propuestas para cada actividad, pueden ser realizadas en la clase -por todos o por algunos alumnos o quedar como “tarea para la casa”. En este último caso será necesario recuperarlas en la clase siguiente.

La propuesta de seguimiento, que identificamos como Actividad 0/11, se ha pensado en relación con la utilización y explicitación de los procedimientos de cálculo y las propiedades de la multiplicación involucradas en la secuencia.

El objetivo inicial es el de obtener información acerca de qué herramientas disponen los estudiantes para encarar las actividades previstas y, a partir de esta información, realizar los ajustes necesarios. Eventualmente podremos diseñar actividades complementarias con el fin de construir “puentes” entre lo que el grupo sabe y lo que consideramos necesario que sepa para encarar la secuencia.

Al finalizar el trabajo con la secuencia, la actividad de seguimiento se presentará nuevamente a los alumnos. Para no mantener exactamente las mismas situaciones, en esta segunda presentación será necesario modificar los ejemplos sobre los cuales trabajar, pero prestando especial cuidado a no modificar el tipo de tarea que se requiere, ni el saber necesario para resolverla.

Si esta información nos mostrara que algunos alumnos no han avanzado en el sentido previsto, podremos elaborar actividades específicas, que aseguren que todos y todas dispongan del repertorio de productos básicos y puedan usar la multiplicación para resolver problemas y calcular teniendo control sobre los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos.

Ya sabés usar muchos productos para resolver problemas y seguramente recordás algunos de memoria. ¿Cómo podés usarlos para pensar otros? ¿Cómo se puede transformar una cuenta para hacerla más fácil?

Actividad 1: En la escuela

a) Esta es la factura de la compra de librería que realizó la escuela este mes.

Cantidad	Descripción	Precio unitario	Precio total
10	Cajas de tizas	3	\$
.....	Borradores	2	\$ 10
6	Reglas	8	\$
12	Láminas	\$ 120
			\$

- Completá los datos que faltan.
- Para averiguar la cantidad de borradores o el precio unitario de las láminas, ¿qué operación usaste? ¿Y para calcular el total pagado por las cajas de tizas? ¿Y por las reglas?

b) Escribí cálculos que permitan averiguar cuántas baldosas hay en el patio de la escuela, que tiene la siguiente forma:

c) Para el Día de Fiesta en la escuela, se está preparando un menú especial.

Comidas	Postres
Empanada, pizza, chorizan, hamburguesa	frutas, helados, torta

- ¿Cuántas opciones posibles hay para combinar una comida y un postre? ¿Cómo lo averiguaste?

d) Para colocar cortinas en las aulas, se necesitan 3 m de tela para cada ventana ¿Cuánta tela deberán comprar si deben colocar 10 cortinas? ¿Y para 20, para 5 o para 25 cortinas? Si tienen 66 m ¿cuántas cortinas se pueden confeccionar?

Cantidad de cortinas					
Metros de tela					

En la **Actividad 2**, se toman como objeto de análisis los procedimientos realizados en la actividad anterior. Esto permite explicitar nociones que se hayan usado de manera implícita y así advertir el estado de esos conocimientos en el grupo, distinguiendo el uso de la multiplicación del de la suma. Para facilitar la comparación de los procedimientos es útil recuperar, en el contexto del problema, a qué cantidades se refieren los números utilizados en los cálculos (cajas, precios, baldosas, etc.)

En cuanto a la escritura de las conclusiones es importante que, inicialmente los niños escriban como puedan y destinar luego un tiempo a leer y revisar la redacción para elaborar una nueva versión. Si realizáramos esta tarea en menos tiempo para lograr una mejor redacción, los niños perderían una ocasión de aprender cómo escribir un texto matemático.

12

Ya en un trabajo específico para la construcción del repertorio multiplicativo en la **Actividad 3**, se propone armar la tabla denominada pitagórica, que contiene los productos de números hasta el 10. Se trata primero de establecer relaciones entre los resultados de una misma tabla y entre los de distintas tablas, para luego avanzar en la memorización de los productos. Paralelamente, se sugiere que cada alumno tenga en su cuaderno un cuadro donde registrará los productos que va memorizando para, luego, independizarse de su uso.

Si bien es posible que los chicos ya conozcan la tabla desde tercer grado y la hayan usado para resolver multiplicaciones, seguramente será nueva la tarea de análisis y reflexión en torno a las relaciones numéricas involucradas y los procedimientos utilizados al completarlas. La explicitación oral de los procedimientos podrá dar lugar a expresiones como *“fui sumando el mismo número”*, o *“en algunos hice el doble”*, o *“conté de 5 en 5”*, o *“si ya sé que 7×8 es 56, el 8×7 es lo mismo”*.

Las relaciones expresadas en forma individual, con el alcance particular de cada caso, se toman como objeto de estudio en la actividad que continúa la secuencia.

Actividad 2: Las cuentas en los problemas

- Reunite con un compañero y comparen los procedimientos que utilizaron para responder a las preguntas de la Actividad 1.

- ¿Qué tienen en común?
- ¿En qué se diferencian?
- ¿En qué casos utilizaron multiplicaciones? ¿Y sumas?
- ¿Es cierto que si se usa la multiplicación para resolver un problema, ese problema también se puede resolver sumando?
- ¿Es cierto que si se suma para resolver un problema, ese problema también se puede resolver multiplicando?

Registren sus conclusiones para compararlas con las de otros compañeros.

Tarea

Escribí el enunciado de un problema que se pueda resolver usando 8×9 y otro usando $8 + 9$.

Actividad 3: La tabla de las tablas

a) Completá la tabla con los resultados de las multiplicaciones que recuerdes.

Tené en cuenta que en el cuadro figura el resultado de 3×4 , ¿dónde ubicarías 4×3 ? ¿Por qué?

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3				12						
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

b) Compartí tu trabajo con otros compañeros y terminá de completar con un lápiz de otro color, los casilleros que faltan.

c) Explicá tus procedimientos.

Tarea

Anotá 10 productos que recuerdes de memoria, que no sean ni por 2 ni por 1, ni por 10.

Actividad 4: Los secretos de la tabla

- a) - Considera las columnas del 5 y del 10. Algunos chicos dicen que estos productos son fáciles de recordar; ¿estás de acuerdo? ¿Por qué?
- Si se compara cada número de la columna del 5 con cada uno de los de la columna del 10 para la misma fila, ¿qué relación tienen?
- b) - ¿Qué columnas se pueden duplicar para obtener otras?
- ¿Cómo se pueden obtener los números de la columna del 8 partiendo de los de la columna del 2?
- c) Si se compara cada número de la columna del 2 con cada uno de los de la columna del 6 para la misma fila, ¿qué relación tienen? ¿Y si se compara con la del 10?
- d) ¿Qué columnas es posible sumar para obtener otra?
- e) - Si continuamos la columna del 10 poniendo los casilleros para 11×10 , 12×10 , hasta el 19×10 , ¿qué números escribirían como productos?
- ¿Podés decir rápidamente cuánto da 35×10 ?, ¿por qué?

Tarea

¿Es cierto que para calcular 6×8 se puede hacer...? ¿Por qué?

$$3 \times 8 \times 2$$

$$4 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$8 \times 4 + 8 \times 2$$

$$6 \times 4 \times 4$$

$$6 \times 5 + 6 \times 3$$

$$3 \times 2 + 4 \times 2$$

El juego en la **Actividad 5**, mantiene el mismo repertorio, pero exige pensar en pares de factores cuyo producto es un número dado. Al jugar en reiteradas oportunidades los alumnos podrán observar que sus progresos en la memorización de las tablas producen mejores resultados. Es interesante destacar que, al anticipar posibles jugadas del contrario para bloquear su camino, los niños comienzan a buscar descomposiciones en factores de los números y fortalecen así las relaciones entre multiplicación y división.

Es conveniente que al coordinar los intercambios utilicemos los términos “productos” y “factores” para que los niños comiencen a mencionar estos números adecuadamente. También se podrá mencionar que esos factores se denominan “divisores” del número y pedir a los niños que infieran la razón de esa denominación.

Actividad 5: El juego del Gato

Júntense en grupos de cuatro compañeros y, dentro del grupo, formen dos equipos de dos. Para jugar, cada grupo va a necesitar un tablero, 2 botones (o clips) y 36 fichas de dos colores diferentes.

1	2	3	4	5	6			
7	8	9	10	12	14			
15	16	18	20	21	24			
25	27	28	30	32	35			
36	40	42	45	48	49			
54	56	63	64	72	81			
1	2	3	4	5	6	7	8	9

17

Cada equipo tiene que tomar las fichas de un color. Un jugador del primer equipo elige 2 números de la fila de factores del 1 al 9, los marca con los botones y multiplica estos números. Una vez que obtiene el producto de esta multiplicación, coloca una ficha de su color en la casilla del cuadro que contiene ese producto. Por ejemplo, si colocó los botones en el 5 y 6, colocará la ficha en el 30.

Después, un jugador del otro equipo mueve sólo uno de los botones a otro número en la fila de factores. Otra vez, este jugador multiplica los números que están señalados y coloca una ficha de su color en la casilla del producto. Por ejemplo, mueve el botón del 6 al 8 y le queda entonces $5 \times 8 = 40$. Los equipos siguen alternando turnos y gana el que cubre 4 casillas en línea, sin espacios vacíos en medio. La línea puede ser horizontal, vertical o diagonal.

Para tener en cuenta al jugar...

- Ambos botones se pueden colocar en el mismo número. Por ejemplo, si los dos están en el 5, el jugador deberá colocar una ficha en el producto de 5×5 (es decir, en el 25).
- Si un jugador marca dos números en la fila de factores y obtiene como producto un número cuya casilla ya ha sido tomada, pasa el turno al equipo contrario.
- Si alguno de los jugadores descubre que su contrincante comete un error en la multiplicación, puede capturar la casilla correcta (o sea, coloca una ficha de su color), tras decir el producto correcto.

Tarea

En el juego, ¿qué productos podés elegir para marcar el 12? ¿Y el 36? Anótalos.

Actividad 6: Después de jugar

- a) Andrés dice que él siempre empieza colocando un clip en el 6 y otro en el 6 y marca el 36. En cambio, Julieta dice que ella comienza en cualquier lugar.
¿Quién te parece que tiene más posibilidades de ganar? ¿Por qué?
- b) ¿Hay números que son más fáciles de completar? ¿Por qué?
- c) ¿Dónde conviene colocar los clips? ¿Por qué?
- d) ¿Por qué pensás que no está el 17 o el 29 en el tablero?

Después de pensar sobre estas preguntas, jueguen otra vez al juego del Gato, pero ahora con otro tablero.

11	12	14	15	16	18	20
21	22	24	25	27	28	30
32	33	35	36	40	42	44
45	48	49	50	54	55	56
60	63	64	66	70	72	77
80	81	84	88	90	96	99
100	108	110	120	121	132	144

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

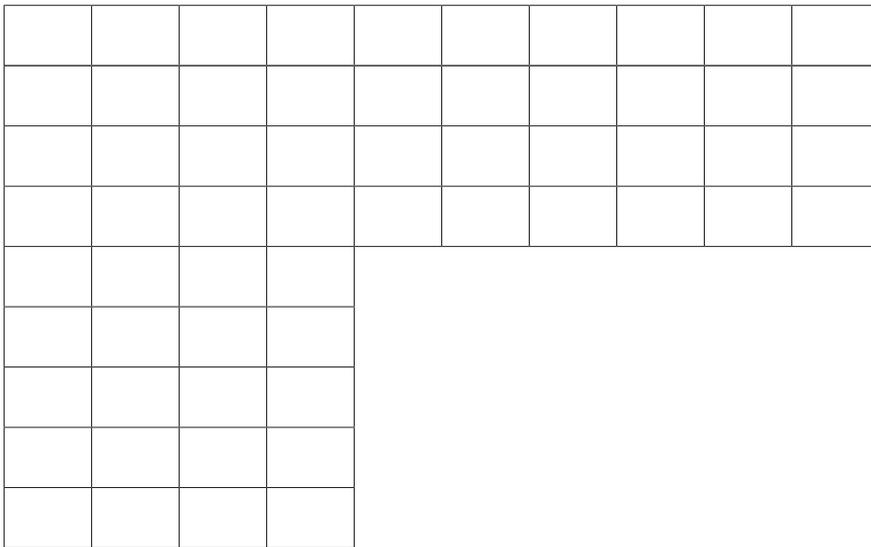
Tarea

Elegí 3 números del tablero que se puedan obtener con distintas multiplicaciones y anotá dos o tres para cada uno.

Actividad 7: El festival

Para el festival de la escuela, se deben acomodar en filas 40 sillas para los invitados.

- a) La portera dice que hay 8 maneras diferentes para acomodar las sillas de manera rectangular. ¿Cuáles son?
- b) El día del festival, llegaron muchos invitados y hubo que agregar sillas. En el dibujo se ve cómo quedaron ordenadas.
Sin resolver los cálculos, ¿cuál o cuáles permiten averiguar la cantidad total de sillas?
Explicá tus elecciones.



$$6 \times 4 + 9 \times 4 =$$

$$4 \times 10 + 4 \times 5 =$$

$$3 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 7 =$$

$$6 \times 10 =$$

$$4 \times 4 + 4 \times 5 + 4 \times 6 =$$

$$9 \times 10 =$$

- c) Haciendo $9 \times 10 - 6 \times 5$, ¿también se puede calcular? Explicá cómo se puede pensar.
- d) Más tarde, para la entrega de premios, reacomodaron todas las sillas en 6 filas. ¿Cuántas sillas se colocaron en cada fila?

Tarea

¿Cuántas formas de acomodar las sillas habría si fueran 80?
¿Y si fueran 100?

Actividad 8: Multiplicar más fácil

a) David dice que cuando él no se acuerda de algún producto, como 6×8 , lo piensa así:

$$6 \times 8 = 6 \times 4 \times 2 = 24 \times 2 = 48$$

- ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

- Buscá otros productos de la tabla del 8 que no te acuerdes y pensálos como lo hizo David.

b) Para resolver 9×7 , Ema pensó:

Como 7 es igual a $5 + 2$ puedo hacer: $9 \times 5 = 45$ y $9 \times 2 = 18$ y sumar ambos resultados $45 + 18 = 63$

¿Estás de acuerdo con lo que hizo Ema? ¿Por qué?

c) ¿Se te ocurren otras formas para calcular 9×7 ? ¿Cuáles?

d) ¿Cómo le explicarías a un amigo los procedimientos de David y Ema para resolver multiplicaciones con números más grandes?

Tarea

a) Para calcular 38 por 99, Yesi hace $3800 - 38$, porque dice que es más fácil restar que multiplicar. ¿Está bien lo que hace? ¿Por qué?

b) Andrés dice que para multiplicar un número por 15, le agrega un cero al número y después suma la mitad de lo que le dio. Por ejemplo: $32 \times 15 = 320 + 320 : 2 = 320 + 160 = 480$

Este método, ¿sirve para multiplicar cualquier número por 15? ¿Por qué?

Actividad 9: ¿Vale o no vale?

a) Decidí si las siguientes afirmaciones son o no verdaderas, y explicá por qué.

- Todos los números de la tabla del 8 se obtienen multiplicando por 2 tres veces

- Todos los números de la tabla del 4 se obtienen sumando 2 a los números de la tabla del 2.

- Todos los números de la tabla del 6 se obtienen multiplicando por 3 los números de la tabla del 2.

- Todos los números de la tabla del 5 se encuentran sumando los de la tabla del 3 con los de la tabla del 2.

b) Escribí otras afirmaciones sobre las tablas que sean verdaderas para compartir en clase.

Finalmente, en la **Actividad 10** se propone revisar lo trabajado en las anteriores. Esta actividad contribuye a jerarquizar los conocimientos aprendidos. Al mismo tiempo, dado que se trata de una autoevaluación permite que el alumno tome conciencia de lo que repasó, de lo nuevo que aprendió y también promueve que pueda responsabilizarse de aquellos aprendizajes que aún no ha logrado.

En relación con la **Actividad 0/11** cabe señalar que, tanto cuando se propone al inicio como cuando se hace luego de haber realizado las actividades de la secuencia, su objetivo debe ser explicitado a los alumnos. Comprender el sentido de esta tarea es vital para que los alumnos vayan tomando mayor conciencia acerca de su propio proceso de aprendizaje y puedan enfrentarse a esta instancia con naturalidad y sin temor. Esto les permitirá, eventualmente, escribir “no sé”, “no me acuerdo” o “no me lo enseñaron”. Reconocer, frente a una situación nueva, qué es lo que se puede hacer y qué no, es el primer paso para afrontar nuevos aprendizajes.

Para resolver el problema 1 -que involucra proporcionalidad con organización rectangular de sus elementos y con cantidades de dos cifras- se pueden usar distintos procedimientos apoyados en descomposiciones aditivas y/o multiplicativas aunque, previo al inicio de la secuencia, algunos niños podrían usar la suma o apoyarse en un dibujo. La mini-tabla puede ser completada a partir de productos ya memorizados o recurriendo a las relaciones analizadas en la secuencia, cuestión que todos los niños tendrán que poder explicitar en la segunda instancia, aunque no lo hubieran hecho en la primera.

Los dos procedimientos para un cálculo se pueden analizar considerando las propiedades de la multiplicación y que deberán ser explicitadas al justificar la respuesta dada. Para algunos niños tal vez sea posible, antes del inicio de la secuencia, decir que Víctor tiene razón aunque no puedan decir por qué, cuestión sobre la que tendrían que mostrar algún avance al finalizar.

Por último, se vuelve sobre la necesidad de explicitar los conocimientos pendientes en relación con el propósito de enseñanza.

Actividad 10: Mirar lo que aprendimos

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- c) ¿Cuáles son los resultados de las multiplicaciones que ya conocías y pudiste utilizar?
- d) ¿Cómo podés usar los resultados conocidos para pensar otros?
- e) ¿Aprendiste alguna forma nueva de resolver multiplicaciones? ¿Cuál?
- f) ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver cualquier multiplicación y poder controlar si el resultado es correcto?

Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?

1. En el teatro

- a) ¿Cuántos espectadores asistieron al espectáculo del teatro *Esplendor* si se llenaron todas las butacas? Ese teatro tiene 25 filas de 12 butacas cada una.
- b) Para una función especial, están invitados 360 personas. ¿Cuántas filas corresponden agregar? ¿Por qué?

2. Mini tabla

- a) Completá la siguiente tabla

x	4	8	3	7	11
3					
6					
9					

- b) ¿Qué tuviste en cuenta para completarla?

3. Para explicar

Víctor dice que para resolver 7×9 , hace

$$7 \times 9 = 7 \times 3 \times 3$$

Entonces, Valeria propone hacer $7 \times 9 = 7 \times 3 + 7 \times 3$

¿Alguno tiene razón? ¿Por qué?

4. Para registrar lo que aprendiste

¿Hay alguna tabla que no sepas? ¿Cuál?



Secuencia para 5to. Grado: Múltiplos y divisores

Propósito y comentarios sobre las actividades

Esta secuencia promueve el análisis de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto para avanzar, cuando el resto es cero a considerar las nociones de múltiplo y divisor.

Se inicia con un conjunto de problemas vinculados a la proporcionalidad, se avanza luego en el uso de múltiplos y múltiplos comunes a dos o más números en el contexto de un juego, para analizar finalmente afirmaciones sobre relaciones entre múltiplos de distintos números, entre divisores y entre los elementos que intervienen en la división entera.

El conjunto de las actividades de la secuencia alterna el trabajo en contextos intra y extramatemáticos, incluyendo algún juego. Se alterna también el tipo de tarea que se solicita a los alumnos buscando dar lugar a que decidan, resuelvan, comuniquen en forma oral o escrita, justifiquen, formulen preguntas, cubriendo distintas prácticas propias del trabajo matemático.

En las actividades se incluyen problemas en contexto extramatemático, donde la división se usa con significado de partición (el divisor indica el tamaño de la parte y no la cantidad de partes como ocurre en los repartos), pero el foco de la secuencia está en el trabajo intramatemático. Este trabajo se plantea a propósito del reconocimiento de las relaciones entre dividendo, divisor, cociente y resto, y el análisis de las nociones de múltiplo y divisor, sin avanzar en la explicitación de los criterios de divisibilidad ni en la práctica de descomposiciones de un número en factores primos. Para ello se trabaja fundamentalmente con números de dos cifras, y algunos de tres, priorizando las estrategias de cálculo mental, sin avanzar en el estudio de los algoritmos para dividir ni en su dominio. Dado que las posibilidades de abordar las nuevas nociones en juego mejoran si los alumnos dominan el repertorio multiplicativo, conviene revisar con los alumnos su disponibilidad.

En función del tiempo disponible, las Tareas propuestas para cada actividad, pueden ser realizadas en la clase -por todos o por algunos alumnos- o quedar como “tarea para la casa”. En este último caso será necesario recuperarlas en la clase siguiente.

La propuesta de seguimiento, Actividad 0/11, se ha pensado en relación con la utilización y explicitación de las nociones de múltiplo y divisor involucradas en la secuencia.

El objetivo inicial es el de obtener información acerca de qué herramientas disponen los estudiantes para encarar las actividades previstas y, a partir de esta información, realizar los ajustes necesarios. Eventualmente podremos diseñar actividades complementarias con el fin de construir “puentes” entre lo que el grupo sabe y lo que consideramos necesario que sepa para encararla.

Al finalizar el trabajo con la secuencia, las actividades de seguimiento se presentarán nuevamente a los alumnos. Para no mantener exactamente las mismas situaciones, en esta segunda presentación será necesario modificar los ejemplos sobre los cuales trabajar, pero prestando especial cuidado a no modificar el tipo de tarea que se requiere, ni el saber necesario para resolverla.

Si esta información nos mostrara que algunos alumnos no han avanzado en el sentido previsto, podremos elaborar actividades específicas, que aseguren que todos y todas puedan explicitar relaciones entre los números que intervienen en una división, usar la división para resolver problemas, y calcular teniendo control sobre los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos.

Seguramente ya sabés hacer cuentas de dividir de distintas formas y poder hacerlo te permite resolver muchos problemas. Pensando en una división, ¿podés saber antes de hacerla si vas a tener resto cero o no? ¿Cómo se puede saber para un número cuáles son “todos” los números por los que lo podés dividir y te van a dar resto cero?

Actividad 1: En el kiosco

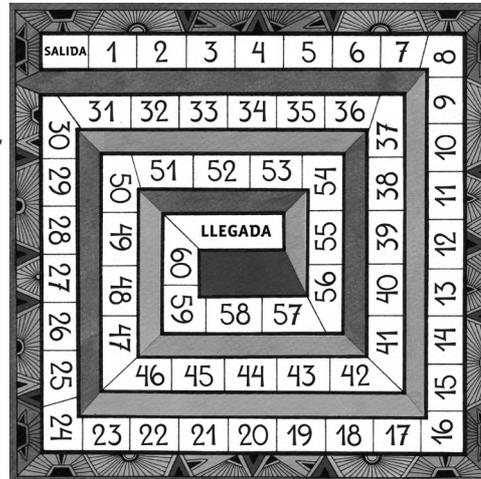
- a) Con una caja de 150 caramelos se quieren armar bolsitas de 15 caramelos cada una.
- ¿Cuántas bolsitas se pueden llenar?
 - Si se compran 50 caramelos más, ¿cuántas bolsitas de 15 caramelos cada una puede llenar? ¿Sobraron caramelos? ¿Cuántos?
 - Si de entrada se hubieran comprado 200 caramelos, ¿cuántas bolsitas de 15 caramelos cada una, se hubieran llenado?
 - Con 200 caramelos, si en cada bolsita se colocan 20 caramelos en lugar de 15, ¿se llenan más o menos bolsitas? ¿Por qué?
- b) Se quieren armar cajas con chocolates. Si se ponen 6 chocolates en cada caja no sobra ninguno. Si se ponen 10 en cada caja tampoco sobra ninguno. ¿Cuántos chocolates puede haber si hay entre 50 y 100? ¿Y si hubiera entre 100 y 150?

Tarea

Si se quiere dividir 40 entre 5, 8, 4 y 9, ¿en qué casos el resto es cero? ¿Y si se divide 45 ó 32 por esos mismos números?

Actividad 2: El juego de La pulga y las trampas

Júntense en grupos de 4 compañeros y dentro de cada grupo formen dos equipos de 2 chicos. Para jugar, cada grupo va a necesitar un tablero, 20 fichas (pulgas) y una piedrita (para poner la trampa) por cada equipo (es decir, 40 pulgas y 2 trampas).



La pulga va a saltar sobre la tira y puede hacerlo con saltos iguales de 2 en 2 ó de 3 en 3. Uno de los equipos comienza colocando una “trampa” (piedrita) sobre uno de los números del tablero. Esta vez, van a jugar con los números del 1 al 20. El otro equipo toma su pulga y elige con qué salto va a recorrer el tablero (de 2 en 2 ó de 3 en 3) y hace avanzar la “pulga” con los saltos del tamaño que haya escogido, tratando de no caer en las trampas. Si la pulga logra atravesar todos los casilleros sin caer en la trampa, ese equipo se queda con su ficha; si cae en la trampa, tiene que entregársela el equipo contrario. En la segunda vuelta, se alternan los roles: el equipo que había saltado con la pulga ahora pone la trampa y el que había puesto la trampa ahora toma la pulga y elige con que salto va a recorrer el tablero. El equipo ganador será el que logre quedarse con más fichas.

31

Tarea

Escribí tres números que sean buenos para poner la trampa y explicá por qué los elegiste.

Actividad 3: Después del juego

- Fijáte dónde ponen la trampa estos chicos y respondé para cada uno: ¿te parece que es un buen lugar para la trampa? ¿Por qué?
 - Matías puso la trampa en el 7. - Lucía puso en el 10.
 - Silvia puso en el 18. - Malena puso en el 15.
- De los números del 1 al 20, hacé una lista con aquellos que:
 - sean los mejores para poner la trampa
 - sean los peores para poner la trampa.
- Si la tira de números fuera hasta el 30:
 - ¿qué números de la tira convienen más?
 - ¿cuáles no convienen?

Tarea

- Bruno dice que si se divide 18 por 2 seguro da resto cero, pero si se divide 18 por 3 no porque termina en 8. ¿Estás de acuerdo?
- Escribí dos ejemplos de números de 2 cifras que tengan más de 3 divisores.

Actividad 4: Más trampas para las pulgas

Vuelvan a jugar con el tablero “La pulga y las trampas” pero, esta vez, usando los números del 1 al 60.

Y además.... El equipo que coloca la trampa, en lugar de una colocará dos y el equipo que hace saltar a la pulga podrá elegir saltar de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4 ó de 5 en 5.

Después de jugar, respondan:

Para el equipo que coloca las trampas, ¿qué estrategia le permite ganar más fichas?

¿Y para el equipo que lleva la pulga?

Tarea

Escribí tres números entre el 30 y el 60 que sean buenos para poner una trampa que atrape, a la vez, a una pulga que salta de a 3 y otra de a 4.

Actividad 5: Reflexiones y nuevos cálculos sobre La pulga

En esta nueva versión del juego:

- ¿Cómo pensaron las trampas? Escribí tu estrategia para ganar al colocarlas.
¿Por qué consideras que funciona tu estrategia?
- Si la tira se extiende, y la pulga puede elegir saltar de a 2, de a 3, de a 4 ó de a 5:
 - ¿podría caer en el 123? ¿Por qué?
 - ¿y en el 137? ¿Por qué?
- Si se sabe que la pulga cayó en el 122, ¿se puede saber de a cuánto saltaba?
- Si la pulga avanza de 4 en 4, ¿llega justo al número 96? ¿y al 1234?
- Explicá cómo se puede hacer para saber si la pulga va a caer o no en un número cualquiera.

Tarea

- ¿Es cierto que si en una trampa caen las pulgas que saltan de a 4, también caen las que saltan de a 2? Y si en otra trampa caen las que saltan de a 2, ¿seguro caen las que saltan de a 4?
- ¿Cuál es el resto de dividir 126 por 4? ¿Y el resto de dividir 127, 128, ó 129 por 4?

Actividad 6: Una abuela organizada

- a) En el barrio hay una abuela muy organizada. Tiene seis amigas con las que mantiene un cierto rito de visitas. La primera amiga la visita cada dos tardes; la segunda, cada tres tardes; la tercera, cada cuatro tardes y así sucesivamente hasta la sexta amiga, la cual ve cada séptima tarde.
- Si hoy se encontraron todas, ¿cuántos días faltan para que se vuelvan a encontrar?
 - ¿Algún día se encuentran tres? ¿Y dos?
- b) La abuela no es tan organizada al momento de ordenar sus fotos. No logra determinar cuántas tiene exactamente. Sin embargo, sabe que si las ordena de a 5, le sobran 4 y si las coloca de a 3 le sobran 2. Si tiene entre 50 y 70, ¿cuántas fotos son en total?
- c) La abuela debe mandar unos regalos a sus nietos, que viven uno en Salta y otro en Neuquén. En la terminal de micros le informan que salen micros a Salta cada 6 horas y a Neuquén cada 9 horas. Si a las 10 de la mañana coincide la salida de ambos micros y a esa hora no puede ir, ¿a qué hora le conviene ir a la terminal para despachar los dos paquetes al mismo tiempo?

Tarea

- I. Escribí tres números que puedan dividirse por 5 y por 4 de modo que el resto sea cero.
- II. Desde una fábrica se tienen que transportar 49 cocinas. Por el peso, cada camioneta puede transportar 7 cocinas. Si pudiesen transportar una cocina más en cada una de las camionetas, ¿se podrían hacer menos viajes? ¿Cuántas cocinas debería poder transportar un camión para hacer 5 viajes?

Actividad 7: ¿Sobra o no sobra?

- I. Si Lucía cuenta sus lápices de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4 siempre le sobra uno. Cuando los cuenta de a 5 no le sobra ninguno.
- a) ¿Cuántos lápices puede tener?
- b) ¿Cuántos lápices tiene si sabemos que tiene menos de 50?
- II. Con las cifras 1, 2, 4 y 5:
- a) Escribí números de 3 cifras sin repetir que sean múltiplos de 2. ¿Cuál es el número más grande que puede formarse?
- b) ¿Y si se trata de formar el mayor número de tres cifras que sea múltiplo de 5?
- c) Cambiá los números que escribiste en a) para que, al dividirlos por 2, el resto sea 1.
- III. Matías dividió a 89 y 102 por un mismo número. En la primera cuenta obtuvo resto 9 y en la segunda, resto 12. ¿Por qué números pudo haber dividido Matías estos números?

Tarea

- I. Hay 60 chupetines, 75 juguetitos de cotillón y 120 caramelos para armar bolsitas de regalo para los chicos de un cumpleaños. Si se quiere usar todo y armar bolsitas iguales que contengan el mayor número posible de cada cosa. ¿Cuál es el máximo número de bolsitas que se pueden armar?
- II. Explicá como encontrás un número que al dividirlo por 3 tenga resto 2.

Actividad 8: Desafíos con múltiplos y divisores

- I. a) Los números que terminan en 0, ¿de qué número son múltiplos? ¿Y los que terminan en 5?
 b) Los números múltiplos de 2, ¿pueden terminar en 3? ¿Y en 8? ¿Y en 5? ¿Por qué? Escribí la lista de los números en los que puede terminar un múltiplo de 2.
 c) Si un número es múltiplo de 3 y otro número también es múltiplo de 3, ¿es cierto que la suma de los dos también es múltiplo de 3? ¿Por qué?

II. a) Sara dice que para buscar los divisores de un número ella escribe varias cadenas desarmando el número en factores. Para 24 hace así:

24	24	24
8×3	12×2	6×4
$2 \times 4 \times 3$	$6 \times 2 \times 2$	$3 \times 2 \times 2 \times 2$
$2 \times 2 \times 2 \times 3$	$3 \times 2 \times 2 \times 2$	

Mirando lo que hizo Sara, anotó todos los divisores de 24.

¿Te parece que el método de Sara sirve para otros números? Pensá algún ejemplo.

- b) Mariano dice que, para buscar los divisores de un número, él piensa los divisores por pares porque si un número se escribe como producto de dos factores, cada factor es divisor del número. Por ejemplo para 12 piensa 4×3 , 2×6 y 1×12 . ¿Te parece que el método de Mariano sirve para otros números? Pensá algún ejemplo.
 c) Silvia dice que para buscar los múltiplos ella no encuentra un método que le permita escribir todos. ¿Por qué te parece que le pasa eso?

Tarea

- a) Descomponé en factores el 60 y el 72. ¿Hay números que sean divisores de 72 pero no de 60? ¿Y que sean divisores de 60 pero no de 72?
 b) Si $N = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$, ¿Cuáles de los siguientes números son divisores de N?
 14 27 35 36 45

Actividad 9: ¿Vale o no vale?

- a) Decidí si es cierto que...
 - Si un número es múltiplo de 4, también es múltiplo de 2
 - Si un número es múltiplo de 2, también es múltiplo de 4
 - Si un número es múltiplo de 6, cuando se lo divide por 3 da resto cero
 b) ¿Será verdad que si un número es divisor de otro, el segundo es múltiplo del primero? ¿Por qué?
 c) Indicá si las siguientes afirmaciones son correctas. Explicá cada una de tus respuestas.
 - La cantidad de múltiplos de un número es infinita.
 - Los divisores de un número son menores que el número.
 - La cantidad de divisores de un número es infinita.

Finalmente, en la **Actividad 10** se propone revisar lo trabajado en las anteriores. Esta actividad contribuye a tomar conciencia sobre el propio proceso de estudio, a modo de autoevaluación, y a jerarquizar los conocimientos aprendidos.

En relación con la **Actividad 0/11** cabe señalar que, tanto cuando se propone antes como cuando se hace luego de haber realizado las actividades de la secuencia, su objetivo debe ser explicitado a los alumnos. Comprender el sentido de esta tarea es vital para que los alumnos vayan tomando mayor conciencia acerca de su propio proceso de aprendizaje y puedan enfrentarse a esta instancia con naturalidad y sin temor. Esto les permitirá, eventualmente, escribir “no sé”, “no me acuerdo” o “no me lo enseñaron”. Reconocer, frente a una situación nueva, qué es lo que se puede hacer y qué no, es el primer paso para afrontar nuevos aprendizajes.

El problema 1, involucra la búsqueda de un múltiplo común, cuestión que se aborda en los juegos de La Pulga, pero los chicos también podrían resolverla usando un esquema gráfico o sumando. En el problema 2 se debe realizar la tarea inversa, considerar si un número dado es o no múltiplo de uno o de dos números establecidos. Es posible que, antes de iniciar la secuencia, algunos alumnos puedan hacer el ítem a) pero no los otros, situación que debiera modificarse luego.

El problema 3 plantea dos divisiones, una con resto cero y otra no, para considerar en cuál de esos casos el dividendo es múltiplo del divisor.

Por último, en el problema 4 se pide explicitar la forma de saber cuando un número es múltiplo o divisor de otro. En estos dos últimos problemas interesará advertir cómo se modifican las explicaciones que den los chicos.

Actividad 10: Mirar lo que aprendimos

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué piensas que te resultaron más difíciles?
- c) ¿Cómo se puede saber si vas a tener resto cero antes de hacer una división?
- d) Poné un ejemplo de un número de tres cifras que tenga cuatro divisores y explicá cómo lo encontraste.
- e) ¿Cómo le explicarías a un compañero qué quiere decir que un número es múltiplo de otro? ¿Y que es divisor?
- f) ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver problemas usando las relaciones de múltiplo y divisor?

Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?

1. En las elecciones

En una República Democrática las elecciones presidenciales son cada 4 años, las de gobernadores son cada 6 años y las de senadores son cada 8 años.

Si en el año 2000 coincidieron las elecciones, ¿cuándo volverán a coincidir?

2. Contando de a 3 y de a 5

Dos amigos cuentan partiendo del 0. Malena dice los números que van de 3 en 3 y Mariano los que van de 5 en 5.

- a) ¿Cuáles son los primeros 10 números que menciona cada uno?
- b) Si siguen contando, ¿Malena puede decir el 324? ¿Por qué?
- c) ¿Puede ser que los dos digan el 815? ¿Por qué?
- d) Escribí tres números de tres cifras que pueden llegar a decir los dos.

3. Para explicar

I. Lucía dice que como $12 \times 8 = 96$, seguro que $98 : 8$ tiene resto.

¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

II. a) ¿Cómo podés estimar el resultado de la división $75 : 14$?

b) ¿Va a tener resto? ¿Cómo podés saberlo antes de hacerla en la calculadora?

4. Para registrar lo que aprendiste

¿Cómo te das cuenta que un número es múltiplo de otro?

¿Cómo te das cuenta que un número es divisor de otro?



Secuencia para 6to. grado: Procedimientos de cálculo y propiedades

Propósito y comentarios sobre las actividades

Esta secuencia promueve el análisis de las transformaciones numéricas realizadas a lo largo de un procedimiento de cálculo para determinar cuáles son válidas y cuáles no en función de las propiedades de la multiplicación y la división.

Comienza revisando cómo combinar varias operaciones en función de un cierto enunciado o en función de un cierto número a obtener como resultado, y avanza luego en la comparación de procedimientos de cálculo para finalmente explicitar las propiedades y analizar su validez.

El conjunto de las actividades de la secuencia alterna el trabajo en contextos intra y extramatemáticos, incluyendo algún juego. Se alterna también el tipo de tarea que se solicita a los alumnos buscando dar lugar a que decidan, resuelvan, comuniquen en forma oral o escrita, justifiquen, formulen preguntas, cubriendo distintas prácticas propias del trabajo matemático.

Este trabajo se plantea fundamentalmente a propósito de diferentes modos de calcular multiplicaciones y divisiones, reconociendo las propiedades que justifican esos procedimientos y analizando sus ventajas y sus límites. Se propone estudiar distintas alternativas para resolver problemas de cálculo, evitando asumir que existe una única estrategia que se aplica de forma automática para cualquier par de números que se necesita multiplicar o dividir.

Dado que estos procedimientos se apoyan en un cierto repertorio de estrategias y resultados de cálculo mental, la disponibilidad de este repertorio debe asegurarse previamente al inicio de la secuencia.

Por otra parte, y para que este desafío de análisis de procedimientos y de establecimiento de relaciones sea posible, es necesario trabajar con cuentas que no sean muy largas, de modo que los alumnos puedan mantener la atención. Los ejemplos con números más grandes sólo se incluyen con el propósito de explorar cómo “hacer funcionar” un procedimiento u otro, y no para ejercitar el cálculo de divisiones largas, cuestión que no es pertinente incluir atendiendo al propósito de esta secuencia.

En función del tiempo disponible, las Tareas previstas para cada actividad pueden ser realizadas en la clase -por todos o por algunos alumnos- o quedar como “tarea para la casa”. En este último caso será necesario recuperarlas en la clase siguiente.

La propuesta de seguimiento, Actividad 0/11, se ha pensado en relación con la utilización y explicitación de los procedimientos de cálculo y las propiedades de la multiplicación y la división involucradas en la secuencia.

El objetivo inicial es el de obtener información acerca de qué herramientas disponen los estudiantes para encarar las actividades previstas y, a partir de esta información, realizar los ajustes necesarios. Eventualmente podremos diseñar actividades complementarias con el fin de construir “puentes” entre lo que el grupo sabe y lo que consideramos necesario que sepa para encarar la secuencia.

Al finalizar el trabajo con la secuencia, las actividades de seguimiento se presentarán nuevamente a los alumnos. Para no mantener exactamente las mismas situaciones, en esta segunda presentación será necesario modificar los ejemplos sobre los cuales trabajar, pero prestando especial cuidado a no modificar el tipo de tarea que se requiere ni el saber necesario para resolverla.

Si esta información nos mostrara que algunos alumnos no han avanzado en el sentido previsto, podremos elaborar actividades específicas, que aseguren que todos y todas puedan usar la multiplicación y la división para resolver problemas, teniendo control sobre los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos. También se espera que frente a un problema de cálculo los alumnos puedan elegir qué procedimiento usar (mental, algorítmico, con la calculadora) según los números involucrados, y que puedan explicitar las propiedades de las operaciones involucradas en esos procedimientos.

Seguramente ya sabés resolver cálculos de sumar, restar, multiplicar y dividir pero, cuando hay que combinarlos, ¿da lo mismo hacerlo de distintas formas? Y al transformar un cálculo, ¿qué cambios se pueden hacer?, ¿cuáles no?

Actividad 1: Deudas pendientes

- a) En una empresa lograron ahorrar en el año \$78.000. Quieren saldar las 12 cuotas pendientes de \$ 2500 de una maquinaria. Pagarán un bono a sus 32 empleados de \$ 1200 a cada uno. Realizarán una fiesta de fin de año cuyo costo será de \$ 2735. También tienen ahorrados del año anterior \$ 24.400 y depositado en una cuenta \$ 11.000. Deciden ponerse al día con la deuda impositiva de \$ 4500 y para ello deberán pagar intereses de cuatro cuotas de \$ 421. ¿Les alcanza para todos sus planes?
- b) Reunite con otros compañeros y compartan sus producciones
- ¿Llegaron a los mismos resultados?
 - ¿Hicieron las mismas cuentas?
 - ¿Cómo ordenarían los cálculos para hacerlos con una calculadora sin anotar resultados parciales? ¿Hay una sola forma de hacerlo?

Actividad 2: El juego de Lo más cerca posible

Para jugar, júntense en grupos de cuatro compañeros. Van a necesitar un mazo de 24 tarjetas con los números 100, 200, 300, 400, 500, 1000; 10, 20 hasta 90 y 1, 2, hasta 9.

Tienen que mezclar todas las cartas y ponerlas en una pila boca abajo. Un jugador debe sacar las cuatro primeras cartas de la pila colocarlas boca arriba, en el centro para que todos las vean. La carta con el número mayor se separa de las otras tres.

Luego, cada uno de los jugadores tiene que escribir un cálculo con los otros tres números. El resultado de ese cálculo tiene que estar lo más cerca posible del número de la carta separada, pero puede ser mayor o menor que este.

Gana 2 puntos el que obtiene el resultado más cercano. Si hay más de un jugador que haya obtenido el mismo resultado, cada uno de ellos obtiene un punto.

Se juega hasta terminar con las cartas y gana el jugador que sumó más puntos en total.

Después de jugar, respondé a estas preguntas:

- a) Si se decide que gana el que más se aproxima a la carta separada, pero con un resultado que sea menor al número de esta carta, ¿en qué se modifica el juego?
- b) Tomando en cuenta esta última regla, ¿cuáles son las estrategias que usarías para ganar? ¿Por qué?

Tarea

Anotá dos cálculos: uno cuyo resultado esté cerca de 200 y otro que esté cerca de 400 eligiendo, cada vez, tres de los siguientes números: 20, 30, 40, 5 y 8.

Actividad 3: Después del juego

Los cálculos siguientes los escribió Pedro cuando jugaba a “Lo más cerca posible” y habían salido las tarjetas: 200, 50, 3, y 70

$$50 \times 3 + 70 \quad 70 \times 3 - 50 \quad (50 + 70) \times 3 \quad 50 \times 70 : 3$$

- Sin hacer los cálculos, decidí qué cálculo está más lejos del resultado.
- ¿Qué cálculo gana?
- Pedro dice que *cincuenta por tres más setenta* es 220 y Ayelén dice que da 3650. ¿Cómo llegó cada uno a ese resultado?
- Con las cartas 60, 10, 8 y 50 Juana usó la calculadora y dijo:
 - Si hacés sesenta, menos, diez, por, ocho, da cuatrocientos. Si hacés sesenta, más, diez, por, ocho, da quinientos sesenta que está más cerca.Celina comentó:
 - Esa calculadora anda mal, sesenta, más diez por ocho da ciento cuarenta y estás muy lejos de quinientos. Y la otra cuenta no da.¿Estás de acuerdo con Celina? ¿Por qué?
- Resuelvan con la calculadora y registren distintos cálculos combinando los números 60, 10, 8 y las cuatro operaciones básicas. ¿Da lo mismo resolverlos usando cualquier calculadora?

Tarea

- ¿Da lo mismo calcular el siguiente del doble de un número que hacer el doble del siguiente del número?
- Si a un número se le suma su doble, ¿se obtiene el mismo resultado que si se hace el triple del número?

Actividad 4: Combinando operaciones

- Encontrá todas las maneras posibles de obtener 200:
 - multiplicando dos números naturales.
 - multiplicando más de dos números naturales.
 - como resultado, utilizando sumas y multiplicaciones de números naturales.
- ¿Es cierto que no es posible obtener 121 multiplicando más de dos números naturales?
- Escribí tres ejemplos de números que se puedan escribir multiplicando varios factores y otros tres de números que no se puedan descomponer en más de 2 factores.

Tarea

Se realizó una compra de 10 calculadoras a \$ 160 cada una. Por cada una se paga un adicional de \$15 por la garantía y se hizo un descuento de \$80 por la compra total por pago en efectivo.

- Estimá si la compra va a superar o no los \$ 2000.
- ¿Cuál o cuáles de los siguientes cálculos permite saber cuánto se pagó en total?

$$\begin{aligned} &(160 + 15) \times 10 - 80 \\ &160 + 15 \times 10 - 80 \\ &160 \times 10 + 15 \times 10 - 80 \\ &(160 + 15 - 80) \times 10 \end{aligned}$$

En la **Actividad 5** se trata de considerar dos formas posibles de descomponer los números que intervienen en una multiplicación. Una alternativa es descomponer en factores y utilizar la propiedad asociativa, y eventualmente también la conmutativa, para justificar la transformación. Si los alumnos solo hacen referencia a ellas de forma coloquial, será el momento de precisar el vocabulario específico. Otra es descomponer en sumas y justificar la transformación utilizando la propiedad distributiva. Cabe señalar que Sandra “descompone bien” y reconoce el uso de la propiedad distributiva, pero al resolver multiplica por 4 y no por 40 y por eso obtiene un resultado incorrecto. Luego se propone analizar qué alternativa conviene según cuáles sean los números involucrados.

Para abordar el caso de la división, que usualmente suele presentar más dificultad a los alumnos, se propone primero analizar el alcance de la propiedad distributiva para la división y luego se presentan dos estrategias para estimar el cociente.

Actividad 5: Descomponer para multiplicar

- a) Analizá esta forma de multiplicar y explicá qué propiedades aseguran que los resultados que se obtienen son correctos:

$$\begin{array}{l} 14 \times 36 = \\ 7 \times 2 \times 9 \times 4 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \downarrow \\ 63 \times 2 \times 2 \times 2 = 126 \times 2 \times 2 = 252 \times 2 = 504 \end{array}$$

- b) ¿Podrías usar este tipo de descomposiciones para hacer alguna de estas operaciones? ¿Por qué?

$$72 \times 60 =$$

$$45 \times 29 =$$

$$41 \times 37 =$$

- c) Sandra dice que para 41×37 conviene descomponer con sumas.

Analiza lo que pasó en la clase entre Sandra y Lucio, para decidir si alguno tiene razón. Explicá tu respuesta.

Sandra: “Multiplicás primero treinta y siete por cuarenta y después le sumás treinta y siete. Treinta y siete... setenta y cuatro ... ciento cuarenta y ocho. Más treinta y siete, ... ciento ochenta y cinco. Da ciento ochenta y cinco”.

Lucio: “No puede ser. Treinta por cuarenta da mil doscientos, así que nunca puede dar eso. Tu método no sirve.”

Sandra: “Sí que sirve, es la propiedad distributiva.”

- d) Da un ejemplo de una multiplicación en la que convenga descomponer en factores y asociar y otra donde convenga usar la propiedad distributiva para resolver mentalmente.

Tarea

- a) En una calculadora de 8 dígitos no entra el resultado de 16824×14700 . ¿Cómo lo podés obtener usando la calculadora?
- b) ¿Y para hacer 4509885008×250 ?

Actividad 6: Descomponer para dividir

a) Para resolver el cálculo $945 : 9$, a dos amigos se les ocurrieron distintas descomposiciones.

Juan: $900 : 9 + 45 : 9$

Pedro: $945 : 3 + 945 : 3 + 945 : 3$

¿Con quién estás de acuerdo? ¿O ambos son correctos? ¿Por qué?

b) ¿Qué descomposición usarías dividir $1890 : 9$? ¿Y para $468 : 9$?

c) ¿Cómo podrías descomponer 504 para que fuera fácil de dividir por 9? ¿Y 675?

d) Pedro dice que se puede descomponer el dividendo en una suma si cada sumando es múltiplo de 9, como por ejemplo si es 1890 y se hace $1800 + 90$. Juan dice que no hace falta y le muestra esta cuenta, ¿Quién tiene razón?

$$\begin{array}{r}
 1760 : 9 \qquad 1700 + 60 \quad | \quad 9 \quad \underline{\hspace{2cm}} \\
 - \quad 900 - \quad 54 \quad | \quad 100 + 80 + 8 + 6 + 1 = 195 \\
 \hline
 \quad 800 \quad \quad 6 \\
 - \quad 720 \quad \quad | \\
 \hline
 \quad \quad 80 \quad \quad \downarrow \\
 - \quad \quad 72 \quad \quad \downarrow \\
 \hline
 \quad \quad \quad 8 \rightarrow 14 \\
 \quad \quad \quad \quad -9 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 5
 \end{array}$$

Tarea

a) Resolvé $1920 : 30$ y $1560 : 25$ usando distintas descomposiciones. Antes de hacerlo estimá entre qué valores puede estar el cociente.

b) ¿Cómo podés calcular $350 : 27$ usando una calculadora en la que la tecla de dividir está rota?

La división por aproximación que se presenta en la **Actividad 7** incluye procedimientos que se apoyan en conocimientos previos sobre cálculo mental: multiplicaciones por 10, 100, 1000, duplicaciones sucesivas y productos por 20, 200, 40, 400, etc. cuya disponibilidad resulta central para la comprensión de dichos procedimientos. En consecuencia, si los alumnos no los conocieran o no estuvieran acostumbrados a la práctica del cálculo mental, habría que proponer algunas actividades previas al respecto.

En los ejemplos, una de las formas de encontrar los cocientes parciales es más corta que la otra, con otros números podría ser al revés y por ello se proponen nuevos ejemplos. Esto permite comprender las dos alternativas usándolas con números distintos o más grandes y, a la vez, podría dar lugar a combinarlas.

Si bien se espera que los alumnos progresivamente puedan hacer las divisiones en menos pasos, lo primordial es que puedan hacerlas bien, teniendo control de los pasos que realizan. También es importante que se incorpore como una “rutina” estimar el resultado al iniciar el proceso y controlar su razonabilidad al finalizar.

Actividad 7: Dividir sin calculadora

Cuando Lucio no tiene la calculadora multiplica el divisor por 10, por 50, por 100 para aproximar el cociente y opera así.

$$4.560 : 24 = \quad 24 \quad \quad \quad 1200 \quad \quad \quad 2400$$

$$\begin{array}{r} 4560 \quad | \quad 24 \\ - 2400 \quad 100 \\ \hline 2160 \\ - 1200 \quad 50 \\ \hline 960 \\ - 240 \quad + 10 \\ \hline 720 \\ - 240 \quad 10 \\ \hline 480 \\ - 240 \quad 10 \\ \hline 240 \\ - 240 \quad 10 \\ \hline 0/ \quad 190 \end{array}$$

a) Usen el método de Lucio para resolver: $6.580 : 32 =$ $13.875 : 425 =$

b) Juana dice que para ella es más fácil hacer una tabla de dobles y opera así:

$$4.560 : 24 = \quad 24 \quad 48 \quad 96 \quad 192$$

$$\begin{array}{r} 4560 \quad | \quad 24 \\ - 1920 \quad 80 \\ \hline 2640 \\ - 1920 \quad 80 \\ \hline 720 \quad + \\ - 480 \quad 20 \\ \hline 240 \\ - 240 \quad 10 \\ \hline 0/ \quad 190 \end{array}$$

c) Usen el método de Juana para resolver: $6.580 : 32 =$ $13.875 : 425 =$

d) ¿Piensan que podrían modificar el método de Juana o el de Lucio para hacer la cuenta en menos pasos? ¿Cómo?

Tarea

Resolvé estas cuentas usando el método que te resulte más conveniente. Estimá entre qué valores va a estar el cociente antes de resolver.

a) $3035 : 15 =$ b) $3035 : 45 =$ c) $20160 : 56 =$ d) $20160 : 112 =$

La **Actividad 8** lleva a analizar la validez de distintos procedimientos de cálculo, producir otros y elaborar enunciados de problemas a partir de las conclusiones obtenidas durante las actividades anteriores. En algunas preguntas se plantea analizar y en otras proponer diferentes escrituras para un mismo cálculo de multiplicar o dividir. En todos los casos se trata de poner en juego el conocimiento sobre las propiedades de estas dos operaciones. Se pide también inventar situaciones para cálculos sin paréntesis con una, dos y tres operaciones, lo que obliga a considerar el orden de resolución para pensar el enunciado.

En la **Actividad 9** se presenta un problema en contexto extramatemático que, a la vez que permite aplicar lo aprendido, da lugar a explorar la generalización de los procedimientos utilizados.

Las preguntas iniciales requieren realizar multiplicaciones del valor hora por el número de horas y sumar el dinero de los dos trabajadores. La inclusión posterior de la calculadora lleva a relacionar los cálculos parciales y precisar el orden en que se deben realizar las operaciones. Luego, se pregunta por una forma más general de hacer el cálculo, que los chicos pueden expresar diciendo: “para calcular el pago hay que multiplicar la cantidad de horas que trabaja cada uno por el valor de su hora y sumarlo” o “para calcular el pago hay que sumar el valor de la hora de cada uno y multiplicarlo por la cantidad de horas que trabajan juntos y sumarle 50\$ que son las dos horas más que trabaja el ayudante”.

También se podría pedir a los alumnos que escribieran el cálculo que hay que hacer usando H y h para el valor de la hora de cada trabajador y C y c para las respectivas cantidades de horas o usar $C = c + 2$.

Si bien no se espera que necesariamente se usen letras, este tipo de trabajo es el que prepara tanto la producción como el uso de fórmulas.

Actividad 8: ¿Vale o no vale?

- a) Decidí si los resultados de los cálculos que se presentan a continuación son los mismos que el resultado de 128×34 .

Justificá tus respuestas usando las propiedades de las operaciones y sin hacer cuentas.

$$100 \times 34 + 20 \times 34 + 8 \times 34$$

$$128 \times 35 - 128 \times 1$$

$$128 \times 40 - 128 \times 6$$

$$128 \times 17 \times 2$$

$$128 \times 30 + 4 =$$

- b) Escribí 3 formas distintas de calcular 224×36 .

- c) Decidí si los resultados de los cálculos que se presentan a continuación tienen el mismo resultado que $374 : 34$. Justificá tus respuestas usando las propiedades de las operaciones y sin hacer cuentas.

$$374 : 30 \text{ y el resultado dividido } 4$$

$$374 : 17 \text{ y luego dividido } 2$$

$$340 : 34 + 34 : 34$$

- d) Escribí 3 formas distintas de calcular $6480 : 36$.

Tarea

Elaborá tres problemas. Cada uno debe poder resolverse mediante uno de los siguientes cálculos

$$128 \times 34$$

$$128 \times 30 + 4$$

$$128 \times 30 + 128 \times 4$$

Actividad 9: Cálculos en una jornada de trabajo

- a) Respondé las siguientes preguntas. Prestá particular atención a la información disponible y a los procedimientos usados en cada caso. Un pintor trabaja con un ayudante. El pintor gana \$60 la hora y el ayudante \$25. El lunes van a trabajar, el ayudante llega a las 8 y el pintor a las 10.

- ¿Cuánto ganaron ese día si trabajaron hasta las 2 de la tarde?

- Si cada día de esta semana el ayudante trabaja dos horas más que el pintor, ¿cuánto ganan entre los dos cuando el pintor trabaja 4 horas? ¿y si trabaja 8?

- b) Anotá qué operaciones tenés que hacer con la calculadora para obtener:

- lo que ganan juntos el plomero y el ayudante, si el plomero trabajó 6 horas.

- lo que gana el plomero, si al ayudante trabajó 10 horas;

- c) Compará tus cálculos con los de otros compañeros, ¿hay otras formas de resolver y obtener el mismo resultado?

- d) ¿Qué cálculo puede hacer el plomero para saber lo que debe cobrar por un trabajo cuando va con su ayudante?

La **Actividad 10** es de síntesis de la secuencia y apunta a revisar el proceso de aprendizaje. Por ser auto – evaluativa da lugar a que el alumno tome conciencia de lo que repasó, de lo nuevo que aprendió y también que pueda responsabilizarse de aquellos aprendizajes que aún no ha logrado.

En relación con la **Actividad 0/11** cabe señalar que, tanto cuando se propone al inicio como cuando se hace luego de haber realizado las actividades de la secuencia, su objetivo debe ser explicitado a los alumnos. Comprender el sentido de esta tarea es vital para que los alumnos vayan tomando mayor conciencia acerca de su propio proceso de aprendizaje y puedan enfrentarse a esta instancia con naturalidad y sin temor. Esto les permitirá, eventualmente, escribir “no sé”, “no me acuerdo” o “no me lo enseñaron”. Reconocer, frente a una situación nueva, qué es lo que se puede hacer y qué no, es el primer paso para afrontar nuevos aprendizajes.

La relación entre cálculo y enunciado que hay que poner en juego en el ítem 1 se estudia en las actividades 1, 8 e) y en la 9. Antes de iniciar la secuencia los alumnos podrían hacer cálculos parciales para luego operar con los resultados, y es posible que no todos los chicos interpreten correctamente el uso de los paréntesis.

En el problema 2, es necesario transformar las divisiones en otras operaciones para responder, lo que pone en primer plano su relación con la multiplicación, cuestión que los alumnos podrían no reconocer antes de iniciar este recorrido.

En cuanto al problema 3 da lugar a pensar en diferentes transformaciones de cálculos y decidir cuáles son válidas en función de las propiedades que cumplen. Es probable que en este caso el avance se de en la posibilidad, o la forma, de explicar.

Por último, el ítem 4 pide sintetizar en qué casos y cómo usar las propiedades para resolver multiplicaciones y divisiones, cuestión sobre la que se tendría que observar un avance significativo en las producciones al finalizar.

Actividad 10: Mirar lo que aprendimos

- ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- ¿Cuándo tenés que hacer distintas operaciones con la calculadora o mentalmente, ¿da lo mismo hacerlo de distintas formas?, ¿qué tenés que tener en cuenta?
- Al transformar un cálculo, ¿qué cambios se pueden hacer?, ¿cuáles no?
- ¿Cuáles son las propiedades de las operaciones que ya conocías y pudiste utilizar? Escribí esas propiedades de la manera más sintética que puedas.
- ¿Aprendiste alguna forma nueva de realizar cálculos o de estimar resultados?
¿Cuál?
- ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver cualquier suma, resta, multiplicación o división y poder controlar si el resultado es correcto?

Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?

1. Enunciados para los cálculos

Tomando algunos datos de la siguiente información redactar y resolver dos enunciados de problemas que se puedan resolver con estos cálculos. Tené en cuenta que los números pueden indicar precios, cantidades de artículos, cantidad de dinero, etc.

- $100 - (3 \times 15 + 12)$
- $100 - 3 \times (15 + 12)$

Precios de distintos artículos

carpeta \$ 15

libro \$ 45

calculadora \$ 100

birome \$ 3

cartuchera \$ 12

lápiz negro \$ 1

2. Con calculadora

- Explicá como se puede resolver $524 : 37$ usando una calculadora en la que no funciona la tecla correspondiente a la división.
- Cuando dividimos 5013 por un número obtuvimos 135 como cociente y 18 de resto. ¿Cómo usarías la calculadora para averiguar el divisor?

3. Para explicar

- Para resolver 427×30 ,
 - ¿qué conviene hacer $427 \times 3 \times 10$ ó $427 \times (10 + 20)$? ¿Por qué?
 - ¿Qué propiedad aplicas en cada caso?
- Para resolver el cálculo $2709 : 9$,
 - ¿Qué conviene hacer $2700 : 9 + 9 : 9$ ó $2709 : 3 : 3$? ¿Por qué?
 - ¿Qué propiedad aplicás en cada caso?

4. Para registrar lo que aprendiste

- ¿Cuáles son las propiedades de las operaciones que usás al resolver una cuenta de multiplicar?
- ¿Y para dividir se pueden usar las mismas propiedades? ¿Cómo?

La enseñanza de las fracciones y los números decimales

Introducción

Como ya mencionamos, el Eje “Número y Operaciones” incluye como aprendizajes prioritarios durante el Segundo Ciclo, avanzar en el conocimiento del sistema de numeración y de fracciones y decimales. Al finalizar el Ciclo, se espera que los chicos puedan analizar las relaciones entre las distintas clases de números y sus distintas representaciones, iniciando la sistematización de relaciones numéricas y propiedades de las operaciones.

Los niños ya han tenido aproximaciones al uso de algunas expresiones fraccionarias y decimales al abordar situaciones dentro del Eje “Geometría y Medida” de los NAP. En 4º grado, se amplía el uso de esas expresiones en contextos que les dan significado, como el de la medida, el de sistema monetario, situaciones de reparto y partición, para resolver problemas de equivalencia, orden, comparación suma y resta o producto por un natural. También se inicia el trabajo con problemas en contexto matemático para estudiar las características de estos “nuevos números”, lo que se profundiza en 5º y 6º grado.

A partir de 5º grado, se aborda la equivalencia entre expresiones fraccionarias y decimales, y se incluye la representación en la recta numérica. En 6º año/grado, se incorpora la escritura porcentual y se avanza en la transformación de una expresión en otra, reconociendo además la conveniencia del uso de unas u otras según los problemas a resolver. Además, se inicia el reconocimiento de que las reglas del sistema de numeración estudiadas para los naturales se extienden a los racionales².

Como se muestra en el cuadro de contenidos, el foco de trabajo elegido para las secuencias de este tema a lo largo del ciclo está ligado centralmente con conocimientos que intervienen en la construcción de significado de las fracciones y los decimales, su comparación y sus diversas representaciones así como la transformación de una a otra. Así, la propuesta para cada grado retoma:

- en cuarto, el conjunto de fracciones de uso frecuente, su comparación a través de distintas representaciones.
- en quinto, la comparación y equivalencia de fracciones, y su vinculación con la división de números naturales.
- en sexto, las expresiones fraccionarias y decimales y sus relaciones.

Veamos los contenidos que se abordan en las secuencias tal como se expresan en los NAP.

El reconocimiento y uso de fracciones y expresiones decimales en situaciones problemáticas que requieran:

4to grado	5to grado	6to grado
<ul style="list-style-type: none">• Interpretar, registrar o comparar el resultado de una partición a través de distintas escrituras con fracciones.• Interpretar la equivalencia entre expresiones fraccionarias de uso frecuente para una misma cantidad.• Comparar, entre sí y con números naturales, fracciones de uso frecuente a través de distintos procedimientos.	<ul style="list-style-type: none">• Interpretar, registrar, comunicar y comparar cantidades (resultados de distintos repartos) usando fracciones usuales, y ampliando el repertorio para establecer nuevas relaciones.• Interpretar la equivalencia entre expresiones fraccionarias para una misma cantidad.• Comparar fracciones entre sí y con el entero a través de distintos procedimientos (relaciones numéricas, expresiones equivalentes, representaciones gráficas).	<ul style="list-style-type: none">• Argumentar sobre la equivalencia de distintas representaciones y descomposiciones de un número.• Comparar fracciones y/o expresiones decimales a través de distintos procedimientos, incluyendo la representación en la recta numérica e intercalando fracciones y decimales entre otros números.• Analizar afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que diferencian a los números naturales de las fracciones y las expresiones decimales.

2. Para precisar el alcance y el tipo de tratamiento de los contenidos en cada grado se sugiere la lectura de los apartados: *Para leer y escribir fracciones y expresiones decimales* (en Serie Cuadernos para el Aula, Matemática 4), *Para avanzar en el conocimiento de fracciones y decimales* (en Serie Cuadernos para el Aula, Matemática 5) y *Para analizar las relaciones entre los números y entre las representaciones* (en Serie Cuadernos para el Aula, Matemática 6).

Secuencia para 4to. Grado: Fracciones y las relaciones parte todo

Propósito y comentarios sobre las actividades

Esta secuencia promueve la producción, análisis y validación por parte de los alumnos de diferentes representaciones gráficas y numéricas de una misma fracción en situaciones de partición, con el propósito de que logren establecer la equivalencia entre distintas expresiones para una misma cantidad. Desde el uso social de algunas fracciones en contexto de medida, se propone abordar el análisis de partes equivalentes de un entero de distintas formas y expresado con distintas escrituras.

El conjunto de las actividades de la secuencia alterna tanto el trabajo en contextos intra y extramatemáticos, incluyendo algún juego. También se alterna el tipo de tarea que se solicita a los alumnos buscando dar lugar a que decidan, resuelvan, comuniquen en forma oral o escrita, justifiquen, formulen preguntas, cubriendo distintas prácticas propias del trabajo matemático

Dado que el significado atribuido a las fracciones como expresiones de la relación parte-todo, derivado de dividir un entero en d partes y tomar n de ellas (n/d), es conocido por los alumnos, se mantiene ese significado en los problemas de la secuencia. Tampoco se amplía sustantivamente el repertorio más allá de los medios, cuartos, octavos, tercios, sextos y doceavos, pues se trata de focalizar en el análisis de las distintas representaciones gráficas y numéricas asociadas a una misma fracción.

Las Tareas previstas para cada actividad, en función del tiempo disponible, pueden ser realizadas en la clase -por todos o por algunos alumnos- o quedar como “tarea para la casa”. En este último caso será necesario recuperarlas en la clase siguiente.

La propuesta de seguimiento, Actividad 0/11, se ha pensado en relación con la utilización de fracciones usuales incluidas en la secuencia para expresar y comparar cantidades.

En este sentido, es útil proponerla a los alumnos tanto antes de iniciar esta etapa de trabajo, como al finalizarla, modificando los contextos y cantidades sin variar el tipo de tarea ni el saber necesario para responder a las preguntas, para que no se trate exactamente de las mismas situaciones.

A partir del análisis de las primeras producciones, se podrán realizar algunos ajustes en las actividades, o elaborar actividades complementarias con el fin de construir “puentes” entre lo que el grupo sabe y lo que consideramos necesario que sepa para encarar la secuencia. La comparación de las producciones de cada alumno en estas dos instancias, permitirá recabar información acerca de sus avances en los aprendizajes. Si algunos alumnos no han avanzado en el sentido previsto, se diseñarán actividades específicas, que aseguren que todos y todas en la clase puedan utilizar escrituras con fracciones para interpretar, expresar y comparar el resultado de distintas particiones, reconociendo la relación de la parte con la unidad, independientemente de su forma.

Al resolver problemas con medidas muchas veces se necesita expresar cantidades usando fracciones de distintas unidades. ¿Importan la forma y el tamaño de la unidad para saber de qué fracción se trata? ¿En qué casos? ¿Qué hay que tener en cuenta para saber si dos expresiones con fracciones indican una misma cantidad?

Actividad 1: Entre chocolates y jugo

- Rafael y Paola tienen dos tabletas de chocolate, cada una con 6 barras. Rafael come 4 barras de una tableta, Paola come 5 de la otra, y dicen que queda casi medio chocolate para convidar a un amigo. ¿Te parece que tienen razón? ¿Cómo podés asegurarlo?
- Rafael le regala 4 chocolates a seis amigos para que los repartan entre ellos y todos coman igual. ¿Alcanza para que cada uno coma medio chocolate? ¿Y para más? ¿Cuánto come cada uno?
- La hermana de Paola prepara una jarra con jugo de mandarina. Calcula que con un 1 litro alcanza para llenar cuatro vasos grandes o seis vasos chicos. ¿Cuánto jugo toma si se sirve un vaso grande? ¿Y si toma un vaso chico?
- La doctora les dijo que es bueno tomar al menos un litro de agua cuando practican deportes. Después del entrenamiento, Paola tomó 3 vasos de $\frac{1}{4}$ litro y Rafael dos botellitas de medio litro. ¿Cumplieron con las recomendaciones de la doctora? ¿Por qué?

Actividad 2: Los números en los problemas

Reúnete con un compañero y comparen los procedimientos que utilizaron para responder a las preguntas de la Actividad 1.

- ¿Qué tienen en común?
- ¿En qué se diferencian?
- ¿Usaron dibujos en algún caso? Si es así, ¿qué tuvieron en cuenta para hacerlos?
- ¿Es cierto que se pueden responder todas las preguntas de la Actividad 1 sin usar fracciones?
- ¿En qué otros casos usan fracciones para anotar/expresar una cantidad? Registren por lo menos dos ejemplos.

Tarea

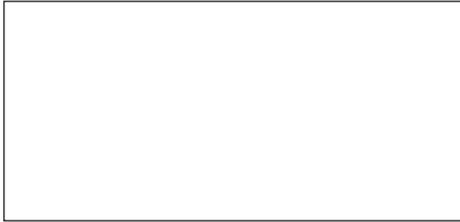
- Escribí cuántos litros de jugo se necesitan para un almuerzo si se calcula que cada chico va a tomar $\frac{1}{4}$ litro y van a ser 14 chicos.
- ¿Es cierto que si cada chico toma $\frac{1}{2}$ litro hay que comprar el doble?

El trabajo planteado en la **Actividad 3**, parte de un problema de contexto extramatemático en el que se considera un único entero dividido en partes (etiquetas) con forma de rectángulos. Aquí, dos etiquetas de igual forma y tamaño resultan ser partes distintas ($\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ respectivamente) de enteros diferentes, conclusión que puede obtenerse al reconstruir cada uno de ellos. Esta reconstrucción podrá dar rectángulos distintos, u otras figuras, según como ubiquen las partes. Luego, habrá que comparar un rectángulo dibujado con los obtenidos por los niños al hacer la reconstrucción, dando lugar a otra tarea, la comparación de distintos dibujos posibles. Para hacerlo los alumnos podrían calcar y recortar o medir y dibujar nuevos rectángulos sobre papel cuadriculado.

Finalmente, se pide obtener cuartos en un rectángulo, lo que, junto con lo discutido en los apartados anteriores, permitirá obtener como conclusión que partes iguales pueden tener diferentes formas. Cabe señalar que si los alumnos no han trabajado antes con reconstrucciones del entero a partir de una parte y siempre han “partido” unidades manteniendo la misma forma, esta conclusión puede resultar sorprendente.

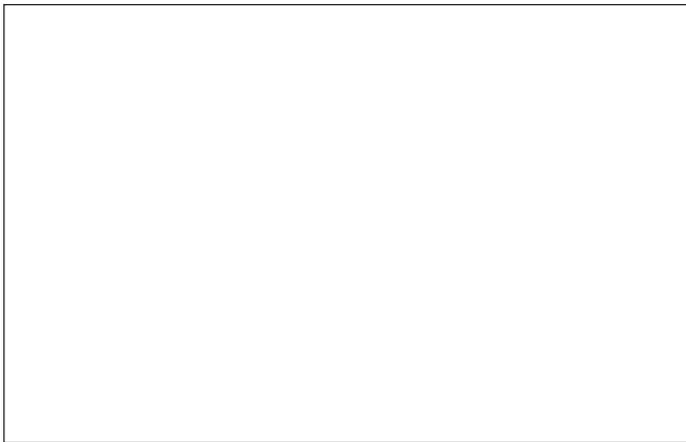
Actividad 3: Haciendo etiquetas

Dos amigas recortan papel autoadhesivo para hacer etiquetas.
Sol usó la tercera parte del papel que tenía y recortó una etiqueta como esta:



Mili dice que no puede ser, porque ella cortó una igual y usó la mitad del papel que tenía.

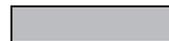
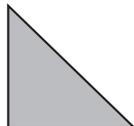
- a) ¿Podés explicar lo que ocurrió?
- b) Dibujá cómo podrían haber sido los papeles que tenían Sol y Mili.
- c) El papel que tenía Sol o el que tenía Mili, ¿puede haber sido como éste? ¿Por qué?



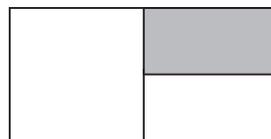
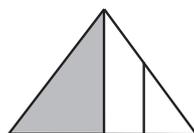
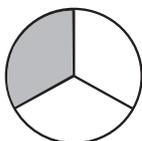
- d) Marcá en el rectángulo anterior cómo se podrían cortar 4 etiquetas iguales. ¿Hay más de una posibilidad?

Tarea

I. En cada una de las figuras que aparecen a continuación, se representó $\frac{1}{4}$ de otra.
Dibujá en cada caso la figura entera, de dos maneras diferentes.



II. Indicá en cuáles de las siguientes figuras la parte sombreada no representa $\frac{1}{3}$ del dibujo y explicá por qué.



Si bien en la **Actividad 4** se trabaja sobre un entero representado por la misma forma, el contexto es intramatemático (ya no se trata de etiquetas) y cambia la tarea (no hay que reconstruir el entero sino partirlo). Se vuelve aquí sobre la idea de partes iguales de diferentes formas, ampliando a considerar no sólo cuartos sino también medios y octavos. Se puede reflexionar sobre la idea de “hacer mitades” ya que $\frac{1}{4}$ es la mitad de la mitad y $\frac{1}{8}$ la mitad de $\frac{1}{4}$. Por otra parte, se coloca una identificación del “nombre” de esas partes, $\frac{1}{4}$ o cuartos, $\frac{1}{2}$ o medios, etc. Esta escritura responde a la necesidad de identificar los materiales pues se volverá a trabajar con ellos.

Cabe señalar que, en función de los materiales que se consigan o preparen, la actividad varía si se hace con cuadrados o con rectángulos, cuestión que será necesario tener presente en el momento de argumentar sobre la equivalencia de las partes.

Actividad 4: Plegando cuadrados

Para hacer esta actividad hay que conformar grupos de 4 compañeros y preparar algunos materiales. Cada grupo va a necesitar 20 papeles cuadrados de un taco o glasé (también pueden ser rectángulos blancos iguales de 8 cm x 6 cm aproximadamente) y 3 sobres.

Una vez reunidos con los materiales, piensen las respuestas de las siguientes preguntas y después plieguen los rectángulos para comprobar lo que pensaron.

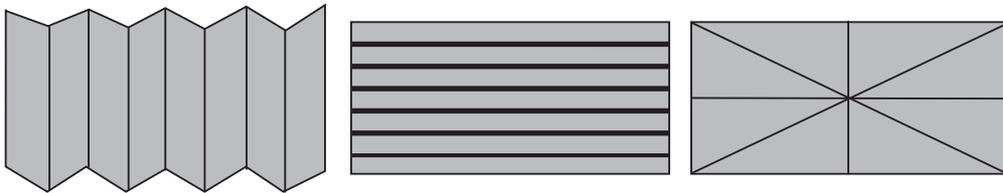
Al terminar, repasen con un lápiz las marcas que quedaron de todos los plegados y guárdenlos en sobres diferentes para seguirlos usando. Escriban en los sobres expresiones que permitan identificar su contenido.

I. Para dividir un papel en partes iguales, es posible hacerlo de diferentes formas.

- a) ¿De cuántas formas distintas pueden plegarlo para dividirlo en 2 partes iguales?
- b) ¿Y en 4 partes iguales?
- c) ¿Y en 8 partes iguales?

II.

a) Al dividir en 8 partes iguales, unos amigos encontraron estas formas. ¿Está bien?



b) Ustedes, ¿Encontraron otras formas? Dibújenlas.

c) Al guardar los rectángulos de papel divididos en cuartos en los sobres dos compañeros discuten. A Iair no le parece que esas formas tan distintas representen lo mismo. Ramiro sostiene que *todas las partes son cuartos porque los rectángulos son del mismo tamaño y cada uno esta dividido en cuatro partes iguales.*

¿Cómo resolverías esta discusión?

Tarea

Mili y Sol arman unos rompecabezas para sus hermanitos con unas láminas cuadradas. Mili dice que haciendo dos cortes, tienen 4 piezas iguales. Sol dice que con dos cortes también se pueden hacer 3 piezas iguales. ¿Te parece que alguna tiene razón? ¿Por qué?

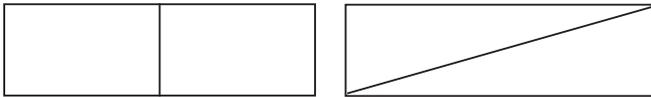
Volver sobre los rectángulos guardados en los sobres, en la **Actividad 5**, permite discutir sobre maneras equivalentes de formar una misma parte, por ejemplo: para tener una mitad se puede sacar una parte del sobre marcado con $\frac{1}{2}$ o se pueden también sacar dos cuartos del sobre marcado $\frac{1}{4}$, etc. Por último cuando se necesita buscar dos partes de distintos tipo - medios y cuartos - hay más de una alternativa, sacar todos del sobre de los cuartos o una parte del de los cuartos y otra del de los medios. Este trabajo da lugar a una primera aproximación a la idea de fracciones equivalentes.

Actividad 5: Pintando rectángulos

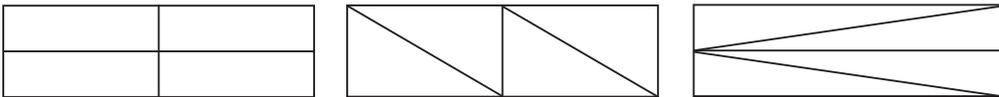
Nuevamente en grupo, busquen el material que armaron en la actividad anterior (un sobre con las mitades, otro con los cuartos y el tercero con los octavos de los rectángulos) para responder a las preguntas siguientes.

- Para pintar $\frac{1}{4}$ de uno de los rectángulos, ¿es posible sacar un rectángulo de cualquier sobre sin tener que hacer nuevos pliegues? ¿Por qué?
- Ahora hay que pintar la mitad de uno de los rectángulos. Iair dice que el rectángulo puede ser de cualquier sobre. Ramiro no está de acuerdo. ¿Hay un sobre del que conviene sacar el rectángulo? ¿Qué les responderías a Iair y a Ramiro?
- Para hacer una tarea, Ailén tiene que pintar $\frac{1}{2}$ de un rectángulo y $\frac{3}{4}$ de otro. ¿Puede sacar los rectángulos del mismo sobre? ¿Por qué?
- Discutan cómo dividir los rectángulos para poder pintar la parte indicada.

$\frac{3}{4}$ en

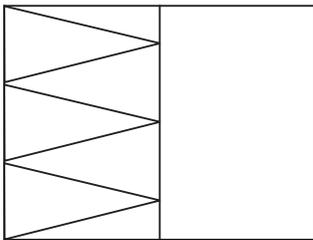


$\frac{1}{8}$ en

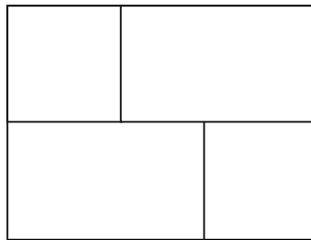


Tarea

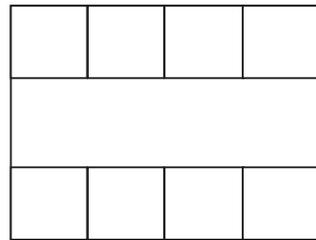
En los rectángulos pintá la parte indicada, si es necesario marcá nuevas divisiones.



$\frac{2}{3}$



$\frac{3}{4}$



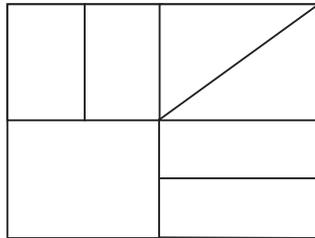
$\frac{5}{6}$

En la **Actividad 6**, con el mismo repertorio de fracciones de las dos actividades anteriores (medios, cuartos y octavos), se consideran partes de diferentes formas y dimensiones de un mismo entero rectangular y se propone una nueva tarea: armar rompecabezas juntando piezas distintas. Se trata de formar un entero y, como cada alumno armará uno distinto, la puesta en común permitirá discutir tanto sobre las distintas piezas que pueden juntarse como sobre la forma de escribirlo, avanzando luego en la explicitación y sistematización de las relaciones descubiertas en las actividades anteriores. Estos rompecabezas podrían armarse primero en papel y luego en cartulina para que queden en una caja de juegos o para regalar a otros chicos.

Actividad 6: Un rectángulo, muchos rompecabezas

Reúnanse en grupo para hacer algunos rompecabezas usando los cuadrados (o rectángulos) que están en los sobres. Para hacerlo, además de los sobres con los plegados, necesitan dos cuadrados o rectángulos de papel sin marcar, tijera y un sobre. También pueden hacer las piezas en cartulina para que queden más resistentes.

Armen un rompecabezas eligiendo y recortando las partes que tienen dibujadas en distintos sobres. Un ejemplo podría ser:



En uno de los rectángulos nuevos dibujen cómo queda el modelo y coloquen las piezas y el otro rectángulo en el sobre que se usa como base para armar el rompecabezas. Pasen el sobre a otro grupo para que lo arme, y conserven el modelo para controlar luego si quedó bien armado.

Luego de intercambiar y armar los rompecabezas comparen los distintos modelos.

- ¿Qué piezas usaron en cada caso? Registren y anoten en el sobre.
- ¿Es cierto que se puede hacer un rompecabezas con cuatro piezas, todas de distinta forma? ¿Y con ocho?
- ¿Se puede armar uno con una pieza de $\frac{1}{2}$, otra de $\frac{1}{4}$ y otra de $\frac{1}{8}$?
- Ramiro dice que se pueden hacer muchos rompecabezas, combinando las piezas de modo que sumen 1. Por ejemplo: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Iair tomó tres piezas una de $\frac{1}{2}$, y dos de $\frac{1}{4}$ y dice que el rompecabezas no sale, que lo que dice Ramiro no sirve. ¿Qué piensan ustedes? ¿Vale o no la cuenta que hace Ramiro? ¿Qué pudo haber pasado?
- Escriban otras formas de sumar 1 combinando medios, cuartos y octavos.

Tarea

a) Completá las cuentas para que den 1

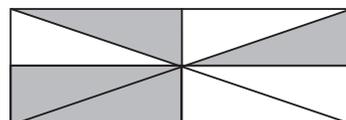
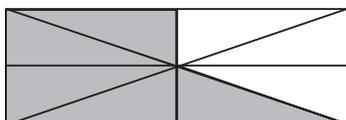
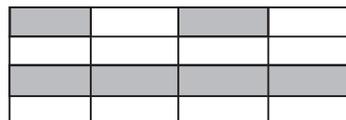
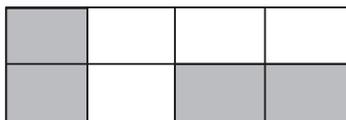
$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \dots = 1$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{2} + \dots = 1$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1$$

b) Buscá, para cada caso, distintas expresiones fraccionarias que representen la parte sombreada y la parte sin sombrear.

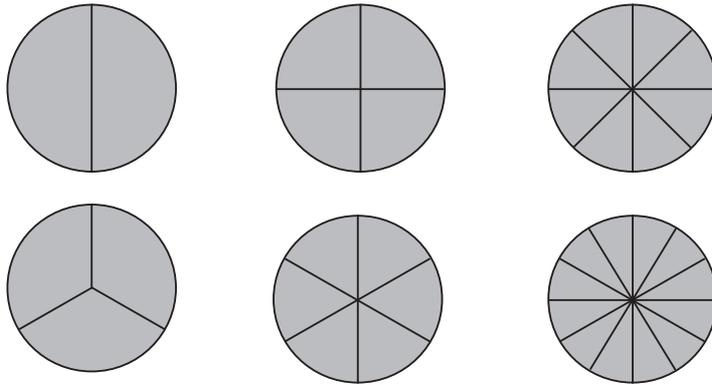


En el contexto del juego Escoba del 1, en la **Actividad 7**, nuevamente se trata de formar 1 pero, en este caso, no sólo hay un cambio de forma del entero sino que se incorporan otras fracciones, los tercios, sextos y doceavos; relacionando tercios, mitades de tercios y mitades de sextos. Las 35 piezas del juego se obtienen a partir de 6 círculos divididos en medios, tercios, cuartos, sextos, octavos y doceavos.

También aquí, si se pide que registren las sumas que obtienen al jugar, surgirán expresiones diferentes, todas iguales a 1. En ellas las fracciones tendrán, indistintamente, denominadores iguales ($\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ó $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, etc.) o diferentes ($\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$, etc.). En este caso se trata de explorar distintas descomposiciones (composiciones) aditivas de 1, tanto de forma gráfica como numérica.

Actividad 7: El juego de la Escoba del 1

Para jugar, en grupos de 4 jugadores, van a necesitar algunos materiales: piezas de cartón con partes de círculos, una bolsa opaca, papel y lápiz para anotar.



Se ponen las piezas en la bolsa y, sin mirar, cada jugador saca 4 piezas. Además se ponen otras 3 en el centro de la mesa.

Por turno, cada uno debe intentar formar un círculo (el entero) con una pieza propia y una o más de las que hay en la mesa. Si lo logra, las recoge formando un montón. Si no puede formar el entero, coloca una de sus piezas sobre la mesa. En ambos casos, pasa el turno al compañero. Cuando no tienen más piezas en la mano, saquen otra vez 4 cada uno sin mirar, y se jueguen otra mano, y así hasta que se terminan las piezas. Gana el que logró reunir la mayor cantidad de enteros.

Para tener en cuenta al jugar...

- También se puede jugar registrando las fracciones que se usan para armar el entero y, cuando se forma 1, se anota un punto y se devuelven las piezas a la bolsa para que haya más variedad. En este caso el juego termina luego de 5 o 6 rondas.

Cada uno registre con qué partes formó cada uno de sus enteros.

Tarea

Registrá dos maneras distintas de formar 1 usando las piezas del juego

Actividad 8: Después del juego

I.

- a) Jugando a la “Escoba del 1”, Paola tiene dos piezas de $\frac{1}{3}$ y una de $\frac{1}{6}$. ¿Qué piezas puede levantar?
- b) En la misma mano, Ailen tiene dos piezas de $\frac{1}{6}$ y una de $\frac{1}{8}$. Si en la mesa hay dos piezas de $\frac{1}{2}$, cuatro de $\frac{1}{12}$ y una de $\frac{1}{3}$, ¿qué piezas puede levantar?
- c) Fijáte la pieza que tiene cada amigo al terminar una ronda. En cada caso, ¿qué piezas les conviene que haya en la mesa para levantar la menor cantidad de piezas?
- Ailen dice que tiene la mitad de $\frac{1}{4}$
 - Paola tiene una de un sexto
 - Completá las siguientes sumas
 - Mili de $\frac{1}{12}$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \dots = 1$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{2} + \dots = 1$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \dots = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots = 1$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \dots = 1$$

II. Para ejercitar el uso de equivalencias y los complementos al entero podés jugar con 3 compañeros a *Carrera de fracciones*.

Para hacerlo necesitan un tablero, una ficha para cada jugador y un dado adaptado que en dos de sus caras tenga $\frac{1}{2}$, en dos $\frac{1}{4}$ y en las otras dos $\frac{3}{4}$.

Por turnos cada jugador tira el dado y hace avanzar su ficha en el tablero según lo que indica. Gana el primero que llega a 5 o a 10 si quieren jugar más tiempo.

Para tener en cuenta al jugar...

* También pueden jugar con dos dados comunes, uno indica numerador y otro denominador. En este caso, si no es posible avanzar con la fracción que indica el dado se pierde el turno.

Tarea

- a) Escribí tres sumas que den 1 y tres que den 2
- b) Escribí una fracción que sea equivalente a $\frac{3}{12}$ y otra a $\frac{8}{12}$

En la **Actividad 9** se plantean algunas de las conclusiones que seguramente se obtuvieron al desarrollar las actividades anteriores. Al retomarlas para su análisis, se plantea con ellas una tarea diferente, interpretar el texto y considerar su validez. En este sentido, es importante advertir que el tipo de formulación de las mismas no incluye símbolos específicos sino expresiones coloquiales utilizadas habitualmente por los alumnos.

Estas conclusiones apuntan a ideas clave de la secuencia: las relaciones entre fracciones diferentes (medios y cuartos, tercios y sextos), entre fracciones equivalentes (un medio y dos cuartos), sobre las diferentes escrituras para una misma fracción y sobre la comparación entre fracciones según sus diferentes denominadores. Luego de analizar las afirmaciones producidas por los alumnos se puede elaborar un texto que resuma esas conclusiones y en el que se incorpore el vocabulario específico.

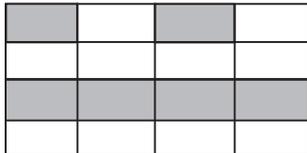
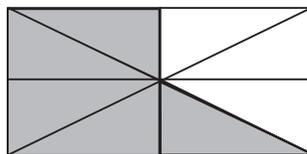
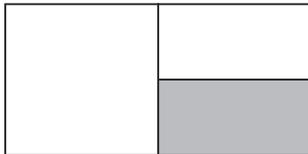
De las preguntas de recapitulación, planteadas en la **Actividad 10**, algunas apuntan a una reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje y otras a que se formule por escrito cómo se piensan las fracciones como parte de un entero y cómo saber si dos fracciones son equivalentes. Estas formulaciones podrían utilizarse para revisar y enriquecer la síntesis realizada al finalizar la actividad anterior o también podría realizarse la síntesis en este momento, incluyendo todo lo producido hasta aquí.

Actividad 9: ¿Vale o no vale?

- a) Decidí si las siguientes afirmaciones son verdaderas o no, y explicá por qué.
- Si tomo una parte de dos, es un medio; si tomo dos partes de cuatro, también es un medio.
 - La mitad de un cuarto es un medio.
 - La mitad de un tercio es un sexto.
 - Una misma parte sombreada se puede expresar de diferentes maneras.
 - Cuántas más son las partes iguales en que se divide un entero, las partes son más grandes.
- b) Escribí dos afirmaciones que sean verdaderas para compartir en clase.

Actividad 10: Mirar lo que aprendimos.

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- c) ¿Qué fracciones ya conocías? Anotá algunas.
- d) ¿Cómo te das cuenta qué fracción representa la parte sombreada en un entero? Podés usar los dibujos para explicar tu respuesta.



- e) ¿Cómo se puede saber si dos fracciones indican la misma cantidad?
- f) ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver problemas usando las fracciones con las que trabajamos y poder controlar si el resultado es correcto?

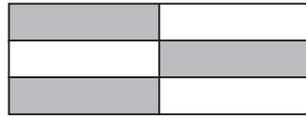
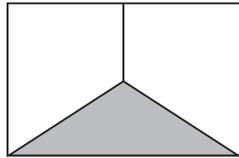
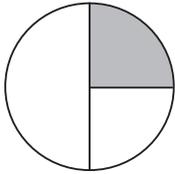
Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?

1.- Los paquetes de café

- a) El café se vende en paquetes de $\frac{1}{8}$ kilo, ¿cuántos paquetes hay que comprar para tener medio kilo?
- b) Bruno compró un paquete con $\frac{1}{4}$ kilo de café y otro de medio kilo para su mamá. Sol compró un paquete de $\frac{3}{4}$. ¿Quién compró más? ¿Por qué?

2.- Partes del entero

- a) Escribí debajo de cada dibujo qué parte está pintada.



- b) Pintá $\frac{1}{3}$ del rectángulo



- c) Esta figura representa $\frac{1}{3}$ del entero. Dibujá el entero.



3.- Para explicar

En el cumpleaños de Bruno había una torta rectangular. En el cumpleaños de Sol también. En los dos casos, cada torta estaba dividida en ocho porciones iguales. Los chicos dicen:

Bruno: *vos, en mi cumpleaños, comiste 1 porción de torta y yo, en tu cumpleaños, comí una porción de la torta, así que comimos lo mismo.*

Sol: *No. Es verdad que cada uno comió una porción, pero vos comiste más torta.*

¿Puede ser que Sol tenga razón? ¿Por qué?

4.- Para registrar lo que aprendiste

- a) ¿Podés explicar qué es una fracción? ¿Cómo?
- b) Prestá atención a estas ideas. ¿Podrías mostrar con un ejemplo si valen o no? ¿Cómo?
- Una parte de dos, es un medio y dos partes de cuatro también es un medio.
 - Tres cuartos es lo mismo que un medio más un cuarto.
 - Dos enteros y un tercio es igual a siete tercios.



Secuencia para 5to. Grado: Fracciones en situaciones de reparto

Propósito y comentarios sobre las actividades

Esta secuencia promueve la producción, análisis y validación de criterios para comparar fracciones y establecer equivalencias entre ellas así como entre escrituras diferentes de una misma fracción. Para ello se incluyen, entre otras, situaciones de reparto, que obligan a seguir repartiendo el resto de la división entera y que dan lugar a una diversidad de procedimientos.

El conjunto de las actividades de la secuencia alterna tanto el trabajo en contextos intra y extra-matemáticos, incluyendo algún juego. También se alterna el tipo de tarea que se solicita a los alumnos buscando dar lugar a que decidan, resuelvan, comuniquen en forma oral o escrita, justifiquen, formulen preguntas, cubriendo distintas prácticas propias del trabajo matemático.

A diferencia de la secuencia para cuarto grado, en la que las situaciones en contexto extra-matemáticos refieren al uso de fracciones para expresar la relación parte-todo, en esta se toman situaciones en las que se realizan distintos repartos, y las fracciones resultan necesarias para expresar los resultados de esos repartos. Estas situaciones recuperan, y complejizan, el trabajo realizado en años anteriores sobre la división con/de números naturales.

Al repertorio trabajado en 4to grado se agregan nuevos denominadores: novenos, quintos y décimos, y algunos otros que permiten discutir sobre equivalencias. Sin embargo, se insiste en un trabajo en profundidad sobre un repertorio acotado para priorizar el establecimiento de relaciones y el análisis de distintas representaciones (gráficas o numéricas) para una misma cantidad o un mismo número.

Las Tareas previstas para cada actividad, en función del tiempo disponible, pueden ser realizadas en la clase -por todos o por algunos alumnos- o quedar como “tarea para la casa”. En este último caso será necesario recuperarlas en la clase siguiente.

La propuesta de seguimiento, Actividad 0/11, se ha pensado en relación con la utilización de fracciones en situaciones de reparto para expresar y comparar cantidades, incluidas en la secuencia.

En este sentido, es útil proponerla a los alumnos tanto antes de iniciar esta etapa de trabajo, como al finalizarla, modificando los contextos y cantidades sin variar el tipo de tarea ni el saber necesario para responder a las preguntas, para que no se trate exactamente de las mismas situaciones.

A partir del análisis de las primeras producciones, se podrán realizar algunos ajustes en las actividades, o elaborar actividades complementarias con el fin de construir “puentes” entre lo que el grupo sabe y lo que consideramos necesario que sepa para encarar la secuencia. La comparación de las producciones de cada alumno en estas dos instancias, permitirá recabar información acerca de sus avances en los aprendizajes esperados. Si esta información nos mostrara que algunos no han avanzado en el sentido previsto, se diseñarán actividades específicas, que aseguren que todos los alumnos y alumnas de la clase puedan utilizar fracciones para interpretar, expresar y comparar cantidades y números, reconociendo la equivalencia entre distintas expresiones con fracciones.

Cuando se realizan divisiones, a veces, se puede seguir dividiendo el resto. ¿Cómo se expresa el resultado en esos casos? ¿Puede ser que el resultado de una división se pueda escribir de distintas formas? ¿Puede ser que divisiones de distintos números den el mismo resultado?

Actividad 1: En una fiesta

- Cuatro amigos quieren repartir en partes iguales tres alfajores. ¿Qué parte le tocaría a cada uno?
- Al repartir 6 pizzas entre 8 amigos en partes iguales uno decía que a cada uno le tocaba $\frac{6}{8}$, otro decía $\frac{3}{4}$ y algunos decían que le tocaba $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$. ¿Quiénes tenían razón?
- Con una botella de jugo de 2 y $\frac{1}{4}$ litros, ¿cuántos vasos de $\frac{1}{4}$ litro se pueden llenar?
- Para la fiesta se calcula $\frac{1}{2}$ litro de bebida por persona. ¿Cuántos litros se precisarán para 2, 3, 4 y 5 personas?
- Se calcula $\frac{1}{4}$ kilo de helado por persona. Completá la tabla.

Cantidad de personas	1	2	3	4	8	6
Helado (en kg)	$\frac{1}{4}$					

Actividad 2: Los números en los problemas

Reunite con un compañero y comparen los procedimientos que utilizaron para responder a las preguntas de la Actividad 1.

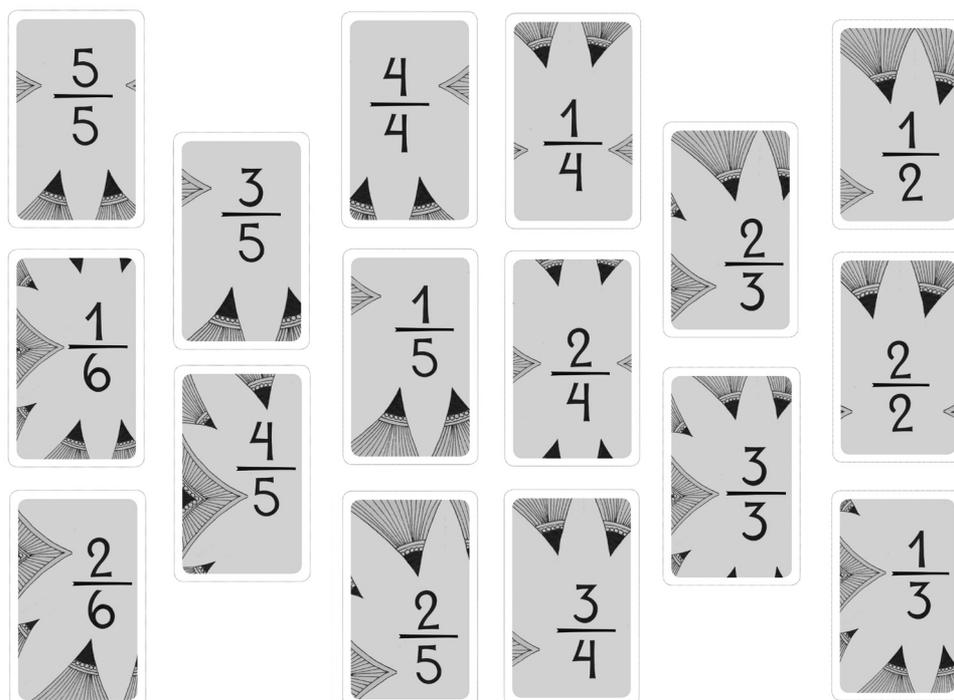
- ¿Qué tienen en común?
- ¿En qué se diferencian?
- ¿Qué representa $\frac{3}{4}$ en el primer problema? ¿Qué representa $\frac{3}{4}$ en el problema de las pizzas? ¿Y en el de los helados?
- ¿En qué otros casos pueden usar $\frac{3}{4}$ para registrar una cantidad? Escriban dos ejemplos.

Tarea

- En una fiesta había 3 botellas de gaseosa de 2 y $\frac{1}{4}$ litro y 2 botellas de 1 litro y medio. Si se sirvieron 40 vasos. ¿Es cierto que todos los vasos tenían $\frac{1}{4}$ litro?
- Si se reparten 2 kilos de helado en 10 porciones iguales, cada porción, ¿tiene más o menos de $\frac{1}{4}$ kg?

Actividad 3: El juego de la Guerra de fracciones

Para jugar, en grupos de 4, necesitan un mazo de cartas con fracciones.



Mezclen las cartas y repartan 12 cartas para cada uno, formando una pila con la representación numérica hacia abajo.

Cada jugador toma la carta superior de su pila y, todos a la vez, ponen sus cartas en el centro con el número hacia arriba. El que tiene la carta de mayor valor se lleva las cuatro cartas y las coloca aparte en otra pila personal. Las cartas llevadas no se vuelven a usar.

Si hay empate, o “guerra”, se juega otra vuelta sobre la ya jugada y el ganador se lleva las ocho cartas de la mesa.

Se juega hasta que no quedan más cartas en las pilas iniciales, y gana quien al final del juego tiene más cartas.

Para tener en cuenta al jugar...

- Pueden tener lápiz y papel cuadriculado para representar gráficamente las fracciones si no se ponen de acuerdo para decidir cuál es la mayor entre varias fracciones.
- Si quieren, pueden designar un escribano que, en cada ronda, registra las fracciones que salen y rodea la mayor.

Tarea

Decidí para estos pares de cartas si hay guerra o cuál gana

- $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{5}$
- $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{8}$
- $\frac{2}{4}$ $\frac{5}{6}$
- $\frac{7}{8}$ $\frac{4}{5}$

Actividad 4: Después de jugar

I.

- a) Si estás jugando y la carta de tu mazo es $\frac{1}{2}$, ¿qué cartas te conviene que tengan los otros jugadores? ¿Y si sacás $\frac{1}{4}$?
- b) Nahuel puso sobre la mesa $\frac{3}{4}$ y Ari, $\frac{3}{5}$. Ari se llevó las cartas, dice que *5 es más grande que 4*. ¿Es correcto? ¿Por qué?
- c) En la mesa están las siguientes cartas:
 $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{7}{12}$
 ¿Cuál es la carta de mayor valor? ¿Por qué?
- d) ¿Qué recomendaciones le darías a un amigo para que no se equivoque al comparar fracciones?

II.

- a) Nahuel sacó la carta correspondiente a $\frac{1}{3}$ y fue “guerra”. ¿Qué carta pueden haber tenido los otros jugadores? ¿Hay otras opciones?
- c) Vanesa colocó $\frac{7}{8}$ y Jime $\frac{9}{10}$. Dicen que entre ellas hay “guerra”, ¿estás de acuerdo? ¿Por qué?
- d) ¿Con todas las cartas puede haber “guerra”?

Tarea

Encontrá 2 fracciones equivalentes a

- a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{8}{10}$ c) $\frac{15}{9}$

Actividad 5: Repartos entre amigos

A Yuki le regalaron una caja con 12 chocolates, ella se comió uno y quiso repartir 5 entre 4 de sus amigas y los que quedaban entre sus 5 amigos.

- a) Uno de los chicos dice que no es justo porque ellos son más. Jime dice que comen igual porque hay un chocolate más y un amigo más, así que da lo mismo.
 ¿Quién tiene razón? ¿Les toca más a los amigos o a las amigas?
- b) Yuki dice que no se peleen que mejor reparten lo que queda entre los 9, igual para todos.
 Si se reparte de este modo, ¿las chicas comen más o menos que antes? ¿Y los chicos?
- II. Cinco amigos quieren repartir en partes iguales cuatro alfajores. ¿Qué parte le tocaría cada uno? ¿Y si tuvieran 6 alfajores?
- III. ¿Será cierto que si se reparte en partes iguales 4 entre 7 la cuenta da $\frac{4}{7}$ y 5 entre 9 dará $\frac{5}{9}$?

Tarea

La mamá de Yuki tiene 12 metros de tela estampada y 15 metros de tela lisa, del mismo ancho. Hace 16 almohadones iguales estampados y otros 20 lisos. ¿Podemos saber si usó más tela para los almohadones lisos o para los estampados? ¿Por qué?

El diálogo planteado en la **Actividad 6** expresa dos maneras de hacer un mismo reparto, obteniendo partes y escrituras distintas para una misma cantidad. Las explicaciones podrán apoyarse en las equivalencias entre medios, cuartos y octavos, ya conocidas por los chicos. Flexibilizar el uso de expresiones distintas para una misma cantidad permite, luego, apoyarse en ellas para resolver cálculos mentalmente. Por ejemplo para hacer $\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}$, podrá pensarse como $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{2}$ y obtener $2\frac{1}{4}$ sin haber recurrido al algoritmo. En la Tarea, se propone analizar escrituras distintas para una misma cantidad obtenidas como resultado de distintos repartos. Aunque parezca elemental advertir que el resultado de hacer 3 dividido 6 es el mismo que el de hacer 2 dividido 4 (y de otros cocientes equivalentes a $\frac{1}{2}$), no sólo permite volver sobre la idea de la equivalencia de fracciones sino que promueve, además, la comprensión de las fracciones como cocientes.

Actividad 6: Formas de repartir

- a) Reuníte con un compañero y lee cómo pensaron Ale y Jime para repartir 3 chocolates iguales entre 4 chicos.



Discutí con tu compañero si los chicos reciben la misma cantidad de chocolate cuando reparte Ale o cuando reparte Jime y explicá por qué sí o por qué no.

- c) ¿Cómo pensás que haría Jime para repartir 5 chocolates entre 8 chicos? ¿Y Ale?
d) Si Ale anotó $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ para cada uno ¿en qué otro reparto habrá pensado?

Tarea

A la pizzería llegan 10 amigos, como no hay una mesa tan grande se sientan 6 en una mesa y 4 en otra. En la mesa de 4 piden 2 pizzas grandes y en la de 6 personas piden 3 pizzas. Si en las dos mesas las pizzas se reparten de manera equitativa, ¿es cierto que las personas de la mesa de 6 comieron más que las de la mesa de 4? ¿Por qué?
¿Qué pasaría si en cada mesa piden una pizza más?

Actividad 7: Nuevos repartos entre amigos

- a) Reunite con un compañero y leé cómo pensaron Vanesa y Joaquín para repartir 23 chocolates iguales entre 5 chicos.

23 chocolates entre 5 chicos, me da 4 chocolates para cada uno, porque $4 \times 5 = 20$, y me sobran 3 chocolates, que los corto cada uno en cinco partes y entrego una parte de cada chocolate a cada uno.



Le doy 4 chocolates a cada uno, igual que Vanesa, pero con los 3 chocolates que quedan corto cada uno por la mitad y le doy una mitad a cada chico, luego divido el último medio en cinco y le doy una parte a cada uno.



- b) Discutí con tu compañero si a los chicos les conviene que reparta Vanesa o Joaquín. Explicá por qué.
- c) Leé cómo se repartieron 8 chocolates iguales entre 3 chicos. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?
Se han partido por la mitad 6 chocolates y se entregaron cuatro mitades a cada uno. Luego, los 2 chocolates restantes se cortaron en tres partes cada uno y se le entregaron dos de esas partes a cada chico.
- d) Mostrá otras 2 formas de repartir 8 entre 3.
- e) Anotá las expresiones fraccionarias que surgen de b) y c). ¿Cómo podrías explicar que representan la misma cantidad? Escribí en una hoja tu explicación.

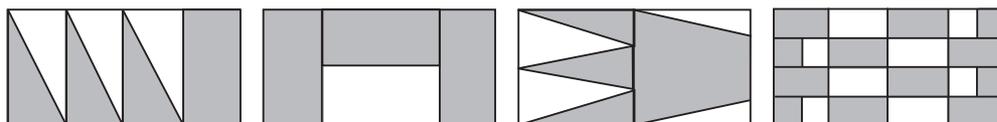
Actividad 8: Comparando números y partes

I. a) Buscá entre las tarjetas siguientes las que tienen expresiones equivalentes

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$	$\frac{20}{15}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{15}{20}$
$\frac{4}{6}$	$1 - \frac{1}{3}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{1}{6} + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$	$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$	

b) ¿Es cierto que $\frac{6}{8}$ es equivalente a $\frac{12}{16}$? ¿Y a $\frac{9}{12}$? ¿Por qué?

II. ¿En cuáles de estos rectángulos se pintaron las $\frac{3}{4}$ partes? ¿Por qué?



III. Para ejercitar el uso de equivalencias podés jugar con tus compañeros a Carrera de fracciones.

Necesitan, para cada grupo de 4 chicos, un tablero, un mazo de cartas con fracciones y una ficha para cada jugador.

	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$
	$1\frac{1}{2}$				
3	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	2	$1\frac{1}{4}$
$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$				
$3\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	4	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$
5					
$6\frac{1}{2}$	$6\frac{3}{4}$	6	$5\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{4}$
$6\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{2}$				
7	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$	$7\frac{3}{4}$	8	$8\frac{1}{4}$
$8\frac{1}{2}$					
10	$9\frac{3}{4}$	$9\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{4}$	9	$8\frac{3}{4}$

En cada ronda, por turnos, cada jugador toma una carta del mazo; si puede, hace avanzar su ficha en el tablero según lo que indica la carta y la coloca en una pila de descarte. Si no puede, guarda su carta, y pasa el turno al siguiente jugador. En la ronda siguiente cada jugador vuelve a sacar una carta y puede hacer avanzar su ficha con la carta que sacó o sumándola a una carta que haya guardado de una ronda anterior y, si avanza, las descarta. Gana el primero que llega a 10.

Para tener en cuenta al jugar...

- Si se acaban las cartas de la pila, y ningún jugador llegó a 10, gana el que avanzó más o usan la pila de descarte para seguir jugando.

Tarea

Marcá $\frac{5}{8}$ en estos rectángulos



Actividad 9: ¿Vale o no vale?

- a) Explicá si las siguientes afirmaciones valen siempre, a veces o nunca.
- Una misma cantidad se puede representar con números diferentes, sin que sean fracciones equivalentes.
 - Si se multiplica el numerador y el denominador por 2 o 3 o 5 se obtiene una fracción equivalente.
 - Si se divide el numerador y el denominador por 2 o 3 o 5 no se obtiene una fracción equivalente.
 - Una fracción se puede pensar como el resultado de un reparto donde el dividendo es el numerador y el divisor es el denominador.
- b) Escribí dos afirmaciones que sean verdaderas para compartir en clase.

Actividad 10: Mirar lo que aprendimos

- a) ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- b) ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- c) Si un amigo te pregunta cómo se da cuenta si dos fracciones son equivalentes, ¿qué le dirías?
- d) Al resolver los problemas encontramos distintas maneras para expresar el resultado de un reparto. Escribí dos ejemplos donde esto ocurra.
- e) ¿Cómo se relacionan las fracciones con la división? Usá un ejemplo para mostrar esa relación, por ejemplo, ¿cómo podés relacionar la fracción $\frac{4}{5}$ con una división? ¿Y la fracción $\frac{7}{3}$?
- f) ¿Tendrías que repasar algo más para poder relacionar y comparar distintas expresiones fraccionarias y poder utilizarlas en la resolución de situaciones?

Actividad 0/11: ¿Qué sabemos?

1.- Distintos repartos

- a) Se quieren repartir en partes iguales 12 turrone entre 9 amigos. ¿Cuánto turrón le corresponde a cada uno?
- b) Para repartir 5 alfajores entre 4 amigos se proponen tres formas distintas. Decidí si algunas o todas las expresiones siguientes indican la cantidad de alfajor que recibe cada amigo. Explicá cómo lo pensaste.

$$1 + \frac{1}{4}$$

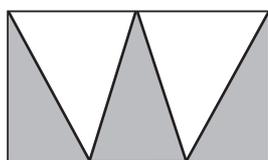
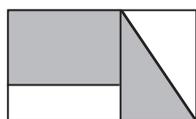
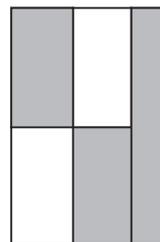
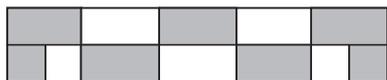
$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

2.- Partes del entero

¿Es cierto que en cada uno de estos rectángulo se pintaron las $\frac{3}{5}$ partes? ¿Por qué?



3.- Para explicar

- a) ¿Es cierto que $\frac{4}{10}$ es equivalente a $\frac{8}{20}$? ¿Y a $\frac{6}{15}$? ¿Por qué?
- b) Explicá cómo se comparan dos fracciones que tienen el mismo numerador
- c) ¿Cómo sabés si $\frac{4}{5}$ es mayor, menor o igual que $\frac{7}{8}$?

4. Para registrar lo que aprendiste

- a) ¿Cuál es el resultado de repartir 14 entre 5? ¿Y el resultado de dividir 5 por 6? Explicá cómo lo pensaste
- b) Prestá atención a estas ideas. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?
- En un reparto, se pueden encontrar distintas maneras de expresar el resultado usando fracciones.
 - Dos fracciones distintas pueden representar la misma cantidad.



Secuencia para 6to. grado: Fracciones y escrituras decimales

Propósitos y comentarios sobre las actividades

La secuencia apunta a que los alumnos puedan producir y analizar argumentos sobre la equivalencia de distintas expresiones fraccionarias y decimales de un número, incluyendo descomposiciones aditivas. También se busca que transformen una expresión en otra, a través de distintos procedimientos y que analicen las diferencias entre distintos tipos de números.

El conjunto de las actividades de la secuencia alterna el trabajo en contexto intra y extramatemáticos, incluyendo algún juego. También se alterna tipo de tarea que se solicita a los alumnos buscando dar lugar a que decidan, resuelvan, comuniquen en forma oral o escrita, justifiquen, formulen preguntas, cubriendo distintas prácticas propias del trabajo matemático.

En los problemas de contexto extramatemático, las fracciones y expresiones decimales refieren a medidas y, por lo tanto, las fracciones sólo aparecen con denominadores 2 ó 4. El uso social limitado de estas escrituras hace que, para ampliar el repertorio y ajustar las relaciones entre escrituras fraccionarias y decimales, sea necesario trabajar en contexto intramatemático.

Esta ampliación, debe contemplar la posibilidad de controlar la razonabilidad de los resultados que se obtienen y, por lo tanto, en la secuencia no se incluyen fracciones con denominadores “grandes/raros” Si bien se incluyen algunos ejemplos para terminar de ajustar la idea de equivalencia y la vinculación con la división y la expresión decimal de una fracción, no se busca ejercitar el “pasaje” de una expresión a otra, fuera de su uso en un problema de comparación. En el mismo sentido, la representación en la recta se propone como un recurso para intercalar números y comparar lo que pasa en naturales y racionales y no como un fin en sí misma.

En función del tiempo disponible, las Tareas previstas para cada actividad pueden ser realizadas en la clase -por todos o por algunos alumnos- o quedar como “tarea para la casa”. En este último caso será necesario recuperarlas en la clase siguiente.

La propuesta de seguimiento se ha pensado en relación con la comparación de fracciones y expresiones decimales a través de distintos procedimientos que se analizan en la secuencia.

En este sentido, es útil proponerla a los alumnos tanto antes de iniciar esta etapa de trabajo, como al finalizarla, modificando los contextos y cantidades sin variar el tipo de tarea ni el saber necesario para responder a las preguntas, para que no se trate exactamente de las mismas situaciones.

A partir del análisis de las primeras producciones, se podrán realizar algunos ajustes en las actividades, o elaborar actividades complementarias con el fin de construir “puentes” entre lo que el grupo sabe y lo que consideramos necesario que sepa para encarar la secuencia. La comparación de las producciones de cada alumno en estas dos instancias, permitirá recabar información acerca de sus avances en los aprendizajes esperados. Si esta información nos mostrara que algunos no han avanzado en el sentido previsto, se diseñarán actividades específicas, que aseguren que todos los alumnos y alumnas de la clase puedan interpretar fracciones y expresiones decimales para comparar cantidades y números, y transformar una representación en otra, reconociendo propiedades que las diferencian de los números naturales.

Cuando trabajamos con fracciones y decimales, ¿valen las mismas reglas que usamos con los números naturales? ¿Cómo podemos hacer para comparar una fracción con un decimal?

Actividad 1 ¿Más o menos?

El ascensor de la casa de Bruno admite hasta 225 kg de peso.

- a) Suponiendo que viajan de a tres, escribí algunas combinaciones de vecinos que puedan hacer el viaje juntos por no superar el peso máximo permitido.

Alba: 65 kg y 600 gramos	Daniela: $68 \frac{1}{2}$ kg	Esteban: 72 kg
Pamela: 55,80 kg	Carlos: 61,2 kg	Jorge: $110 \frac{1}{4}$ kg

- b) ¿Cuál es la posibilidad más cercana al peso máximo sin pasar lo permitido? ¿Cómo lo averiguaste?
- c) Alba le pidió ayuda a Esteban para subir juntos un lavarropas nuevo a su departamento. ¿Cuánto podría haber pesado el lavarropas?
- d) ¿Es cierto que si algo pesa más que 65,6 kg, es seguro que pesa por lo menos 65,7 kg?
- e) ¿Es cierto que 65,6 kg también se puede escribir agregando un cero como 65,60 kg o 65,06?

Actividad 2 ¿Mayor o menor?

- a) Colocá mayor, menor o igual según corresponda.

0,2 0,12

1,20 1,020

2,324 5,54

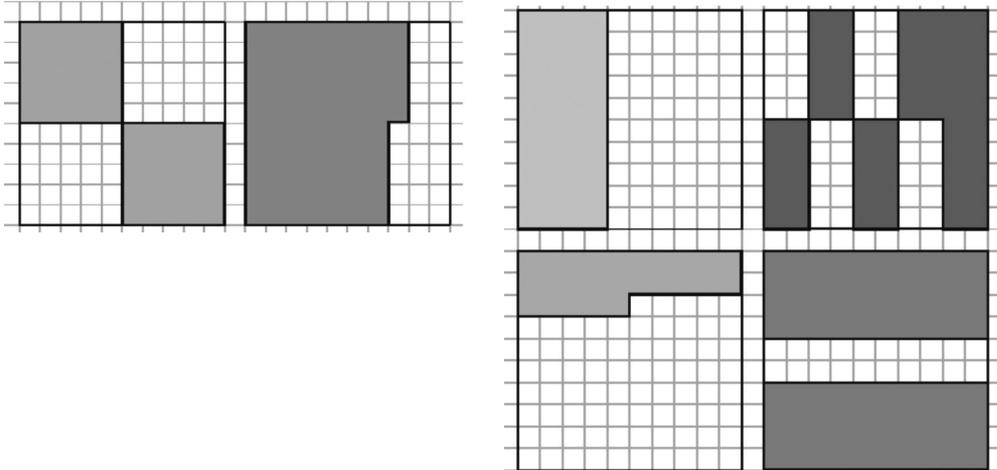
- b) Un grupo de alumnos resolvió la actividad anterior, dando diferentes argumentos para cada caso. Analizálos y decidí si estás o no de acuerdo con ellos y por qué.
- 0,2 es menor que 0,12 porque 2 es menor que 12.
 - Dos coma trescientos veinticuatro es mayor que cinco coma cincuenta y cuatro porque tiene más cifras.
 - El número 2,324 es menor que 5,54 porque la parte entera 2 es menor que 5.
 - 5,324 es mayor que 5,54, porque el 324 es mayor que el 54.

Tarea

- a) Escribí cómo le explicarías a un compañero por qué 0,2 es mayor que 0,0200, si 2 es mucho menor que 200.
- b) Ordená de menor a mayor los siguientes números:
5,801 – 5,92 – 5,087 – 5,888 – 5,9 – 6,001 – 5,09 – 6,10

Actividad 3: ¿Qué parte?

Para hacer esta actividad necesitan reunirse en grupos de 3 o 4 compañeros y preparar algunos materiales: papel y lápiz para escribir mensajes, cuadrados de papel cuadriculado de 10 cuadraditos por 10 cuadraditos y una tarjeta, parecida a las siguientes, que les va a dar su maestro.



Cuando reciban su tarjeta, tienen que escribir un mensaje con la expresión fraccionaria que corresponda a la representación que recibieron.

Al terminar de escribir el mensaje, entréguelo a otro equipo y van a recibir otro mensaje a cambio. Primero hay que representar el mensaje que recibieron en un cuadrado de 10 x 10 y escribir la expresión decimal. Después hay que comprobar con el otro grupo si los dibujos coinciden.

Si hay diferencias en los gráficos, discutan si la causa está en la expresión fraccionaria del mensaje o en la representación gráfica.

Copien en sus carpetas las dos tarjetas y los mensajes.

Tarea

Dibujá una tarjeta que corresponda a estos mensajes

- $2/10 + \frac{1}{4}$
- $0,25 + 15/100$

Actividad 4: Comparando escrituras

a) Cuando la maestra preguntó qué habían representado en la cuadrícula, los chicos de un grupo discutían así:

Alexis dijo: *-Yo representé una décima.*

Bruno, rápidamente aclaró: *-Yo pinté el 10 %.*

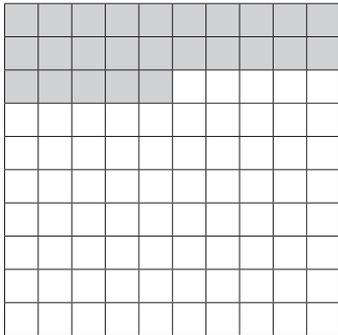
Mayra expresó: *-Yo pienso igual que Alexis, pinté 0,1 (cero coma uno).*

Brenda afirmó: *-A mí parece que se trata de 0,10.*

Javier dijo: *-Yo, en cambio, pienso que la representación corresponde a $\frac{2}{20}$.*

¿Quién o quiénes tienen razón? ¿Por qué?

b) Completá en cada caso el espacio en blanco para que cada escritura corresponda al siguiente gráfico:



$\frac{\dots\dots\dots}{4}$	$\frac{\dots\dots\dots}{1000}$	$\frac{\dots\dots\dots}{20}$
veinticinco ...	0,2 5 %

Controlá tus respuestas con un compañero. En los casos en los que no coincidan, discutan hasta llegar a un acuerdo.

c) La señorita dictó una serie de números. Entre otros números, dijo: *doscientos dos centésimos.*

d) Aquí aparecen algunas de las escrituras que hicieron los chicos para ese número. Decidí cuáles son correctas y justificá tu respuesta.

2,02 202,100 $\frac{202}{100}$ 0,202

Tarea

Escribí cómo lees estos números

3,5:

0,35:

3,05:

Actividad 5: Con la calculadora

Para repasar lo que sabían de fracciones, la señorita de 5to, Aurora, decidió armar con los chicos un cuadro para expresar como fracciones distintos decimales. Para eso les propuso usar la calculadora.

- ¿Qué cuenta se puede poner en la calculadora para que el resultado sea 0,5? Compará tu respuesta con la de tres compañeros, ¿todos pusieron la misma cuenta? ¿se podrían poner otras? ¿Por qué?
- Antes de hacer la cuenta, ¿podés anticipar si el resultado de 2 dividido 5 es el mismo que el de 3 dividido 10? ¿Y el de 40 dividido por 100? ¿Por qué?
- Completá la tabla anticipando los cálculos mentalmente y luego controlá tus respuestas con la calculadora.

Expresión decimal	Fracción decimal	Fracción no decimal
0,25		
0,1		
2,25		
0,75		
0,05		
2,80		
3,60		
3,06		

- Mayra dice que para las fracciones no decimales se pueden poner muchas respuestas distintas pero que para la fracción decimal es una sola. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?
- Aurora escribe en el pizarrón:
 - 1 : 10 = 0,1
 - 1 : 100 = 0,01
 y les pregunta cuál será el resultado de 0,1 : 10? Explicálo usando lo que Aurora escribió.

Tarea

a) Calculá mentalmente los resultados de las siguientes divisiones y después comprobá con la calculadora.

$$\begin{array}{ll}
 1 : 2 = & 1 : 20 = \\
 3 : 4 = & 3 : 40 = \\
 5 : 10 = & 0,5 : 10 =
 \end{array}$$

b) Para resolver $0,3 : 10$ dos amigos utilizan distintos procedimientos:

Alexis hace el siguiente razonamiento:

$$0,3 = 3 \times 0,1 \text{ (3 veces } 0,1), \text{ y } 0,1 : 10 = 0,01$$

Entonces $0,3 : 10$ es 3 veces 0,01, es decir, 0,03

Bruno dice que como sabe que $0,03 \times 10 = 0,3$ entonces $0,3 : 10 = 0,03$

- ¿Estás de acuerdo con la propuesta de Alexis? ¿Podés utilizarla para calcular $0,02 : 10$?

- ¿Qué producto necesita conocer Bruno para calcular $0,02 : 10$? ¿Cuál es el resultado del cálculo?

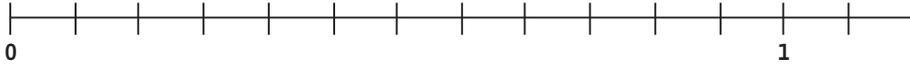
En el juego de la **Actividad 6**, la unidad se ha dividido en 12 partes pues, inicialmente, las fracciones tendrán denominadores 1, 2, 3, 4, 6 y 12 que son divisores de 12. Así, se facilita el marcado de puntos al jugar, pues todos los que salgan pueden identificarse con los que están ya señalados sobre la recta. También se puede jugar seleccionando las cartas con fracciones con denominador 12 – y sus equivalentes- y, en lugar de tirar dos dados, se saca una carta.

Se discute luego sobre las fracciones que corresponden a un mismo punto (equivalentes) y sobre cómo modificar el juego para que salgan fracciones mayores que 1 extendiendo la recta (invirtiendo dividendo y divisor, usando los dados de manera indistinta). Dependiendo de los conocimientos del grupo se puede usar una recta sin divisiones y, sin modificar los dados o usando todas las cartas con fracciones.

Actividad 6: El juego de los dados³

Para jugar se necesitan dos jugadores, y algunos materiales: papel cuadriculado, 2 lápices de distinto color, dos dados y una tira de papel como esta para cada jugador.

En uno de los dados hay que reemplazar el 5 por un 12.



Por turnos, cada jugador arroja ambos dados y, usando su color, escribe una fracción con los números obtenidos y marca el punto correspondiente en la tira. El dado que tiene el 12 es el que indica el denominador y, el otro, el numerador.

Gana el primero que logra señalar tres puntos en la recta sin que el contrincante haya marcado otro entre los mismos.

.....
Para tener en cuenta al jugar...

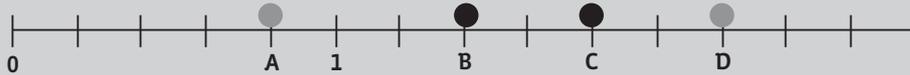
• Si sale un punto que ya estaba marcado, se escribe la fracción pero se pasa el turno al otro jugador.
.....

Luego de jugar varias veces respondan:

- ¿Se superpusieron algunos puntos? ¿Cuáles? ¿Por qué?
- ¿Cuáles son todas las fracciones que pueden obtener con los dados, de modo que los puntos queden entre 0 y 1?
- Si extienden la recta hasta el 2, ¿qué otras fracciones podrían anotar usando los mismos dados? ¿Y si la extienden hasta el 3?

Tarea

Encontrá los números que marcaron dos chicos en la recta numérica



³ En Eguiluz, L. y Pujadas,(2001) M. Sexto.m@te. Grafos XXI. Córdoba.

Actividad 7: Después del juego

I. Ana y Brenda decidieron jugar dejando el 5 en ambos dados.

a) Ana ya tenía marcados el $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ y el $\frac{3}{4}$ pero faltaba que tirara Brenda que sacó $\frac{3}{5}$.

¿Hay que seguir jugando o ya ganó Ana?

b) Para jugar más rápido las chicas anotaron como referencia todos los doceavos.

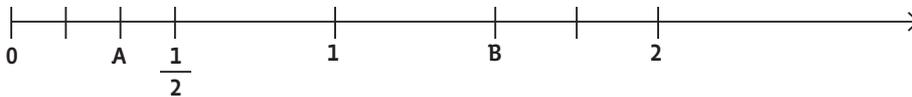
Bruno dice que eso no sirve porque los quintos no se pueden convertir en doceavos, que es mejor usar una recta dividida en 10 partes y la calculadora. ¿Qué piensan?

c) Si la unidad está dividida en 12 partes, ¿qué referencias tomarían para ubicar aproximadamente $\frac{2}{5}$? ¿Y $\frac{4}{5}$?

d) Si la unidad está dividida en 10 partes, ¿qué referencias tomarían para ubicar aproximadamente $\frac{2}{3}$? ¿Y $\frac{5}{6}$?

e) Después de jugar varias veces Brenda le dijo a su maestra que, si no se jugara con los dados y cada uno puede elegir una fracción, a este juego no se podría ganar nunca, ¿por qué pensás que dijo eso? ¿Tiene razón?

II. a) Encontrá los números que están indicados como A y B en la recta numérica



b) ¿Qué opinás acerca de lo que dicen Martha y Javier? Justificá tu respuesta.

Martha dice que A es $\frac{1}{3}$.

Javier dice que es $\frac{2}{3}$, pero de $\frac{1}{2}$

Tarea

Decidí cuál es la fracción menor en los siguientes pares de fracciones.

$$\frac{1}{2} \text{ y } \frac{4}{5} \quad \frac{10}{8} \text{ y } \frac{6}{4} \quad \frac{3}{8} \text{ y } \frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{5} \text{ y } \frac{5}{7} \quad \frac{5}{11} \text{ y } \frac{6}{13} \quad \frac{6}{10} \text{ y } \frac{5}{7}$$

En la **Actividad 8**, los chicos tendrán que comparar medidas expresadas en forma fraccionaria, decimal y pensar en sumas o restas para obtener diferencias incluyendo la comparación hasta los centésimos. Aquí las transformaciones necesarias de fracción a decimal son sencillas y podrían realizarse mentalmente, lo que no quita que pueda usarse la calculadora para comprobar. Esto permite que el maestro se centre, no en los resultados, sino en la explicitación de las razones en las que se fundan esos resultados.

La Tarea requiere volver a la idea de fracción como cociente y al uso de la calculadora para realizar la división. Para trabajar con los denominadores 8 y 5 los alumnos pueden obtener una cantidad finita de cifras decimales al hacer la división o multiplicar respectivamente por 125 y 20 para obtener fracciones decimales equivalentes a las dadas.

En cuanto a la escritura como fracción de expresiones decimales que tienen las mismas cifras significativas permite poner el foco en “cuántas veces se dividió por 10”.

En el primer ítem de la **Actividad 9**, se plantea una nueva tarea, analizar tres procedimientos para comparar fracciones y expresiones decimales, retomando la idea de fracción como cociente y la escritura de una fracción decimal como número decimal. En el segundo se cuestiona la escritura de un número natural de estas formas lo que anticipa el establecimiento de una relación de inclusión entre ambos campos numéricos, naturales y racionales. En el tercero, se discute si la idea de siguiente vale para las expresiones decimales, lo que da lugar a explorar la intercalación de otras expresiones entre dos naturales, dos naturales consecutivos, dos expresiones decimales y dos fracciones, poniendo en evidencia una característica que diferencian a los números naturales de las fracciones y las expresiones decimales.

Actividad 8: Saltos con garrocha

El salto con garrocha es una prueba de atletismo que tiene por objetivo superar una barra transversal situada a gran altura con la ayuda de un listón de madera flexible. En esta prueba, la categoría femenina debutó en el año 2000, en Sidney. Las marcas siguientes son las mejores obtenidas por saltadoras de distintos países en diferentes olimpiadas.

4,82	4,77	4,8	4,08	4,7
rusa	ucraniana	brasileña	polaca	alemana
4.25	4 $\frac{3}{2}$	4,09	4 $\frac{3}{4}$	4,78
estadounidense	cubana	canadiense	holandesa	australiana

- ¿Cuál es la mayor marca?
- En este ranking, ¿quiénes están segunda y tercera?
- ¿En cuánto tiene que aumentar su marca la brasileña para superar a la mejor obtenida hasta ahora? ¿Y la cubana?

Tarea

a) Escribí estas fracciones en forma decimal

$$\frac{6}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{1}{5}$$

$$\frac{9}{8} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{1}{8}$$

b) Escribí estas expresiones decimales como fracciones

$$1,4 \quad 14,4 \quad 0,14$$

$$2,20 \quad 2,02 \quad 0,002$$

Actividad 9: ¿Vale o no vale?

I. a) En un grupo, los chicos discuten sobre cuál es el mayor de estos dos números: $4,15$ ó $\frac{17}{4}$
Mayra dice: Yo pensé que $17 : 4$ es igual a $\frac{16}{4} + \frac{1}{4}$ y eso es $4 + 0,25$ o sea $\frac{17}{4}$ es igual que $4,25$, que es mayor que $4,15$.

Bruno explica: Yo hice $4,15 = \frac{415}{100}$ y $\frac{17}{4} = \frac{425}{100}$, por lo tanto este es el mayor.

Alexis afirma: Yo dividí $17 : 4$ y eso me dio $4,2...$ y no seguí porque ese dos ya me dice que este número es mayor que $4,15$.

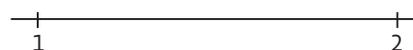
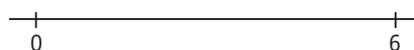
¿Cuál de estos razonamientos creés que es correcto? ¿Por qué?

II. a) Brenda dice que un número natural siempre se puede escribir como una fracción y también como un número decimal. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

b) Si alguien te pregunta si al revés es cierto. ¿Qué le contestarías?

III. a) Martha dice que el siguiente de doscientos treinta y seis milésimos es doscientos treinta y siete milésimos. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

b) En cada recta numérica, intercalá cinco expresiones decimales, entre los números indicados.



c) ¿Podrías intercalar nuevas expresiones entre los números que quedaron marcados? ¿Por qué?

La **Actividad 10** propone volver sobre las distintas formas de escribir un número, sobre las formas de comparar dos números que están representados de distinta forma, sobre el alcance de la relación de siguiente y de la posibilidad de intercalar números entre otros, precisando los conocimientos abordados en la secuencia y estableciendo relaciones entre ellos. Al hacerlo, los alumnos toman conciencia sobre su propio proceso de estudio, cuestión que es central para asegurar su continuidad.

En relación con la **Actividad 0/11** recordemos que, tanto cuando se propone al inicio como cuando se hace luego de haber realizado las actividades de la secuencia, su objetivo debe ser explicitado a los alumnos. Se trata, además de contar con información necesaria para tomar decisiones de enseñanza, de promover un compromiso activo por parte de cada alumno con su proceso de estudio, de modo tal que pueda advertir cuáles son sus fortalezas y qué necesita profundizar o revisar.

En el problema del ítem 1, de contexto extramatemático, los chicos deberán comparar medidas expresadas en forma fraccionaria y decimal. Es posible que, antes de iniciar el trabajo con la secuencia, algunos niños comparen por separado la parte entera o que expresen las cantidades en centímetros para compararlas y eventualmente cometan algún error.

En el ítem 2 se comienza planteando relacionar la lectura y la escritura de expresiones decimales y luego interpretar y representar puntos-números en la recta numérica. Al comparar las producciones de los alumnos, en las dos instancias, seguramente mostrarán más diferencias en el punto b) -que se aborda en las actividades 6 y 7-, que en el a), aunque también podría variar la forma de justificar las respuestas.

Tanto la intercalación de números entre otros expresados con decimales como el pasaje a fracción se discuten en las actividades 5 y 9. Se espera que los chicos puedan resolver los ejemplos y explicar por qué eligen resolverlos del modo que lo hacen después de trabajar sobre la secuencia y, antes de hacerlo, tal vez solo puedan intercalar números entre 2,5 y 2,9.

Por último, se busca que los chicos puedan explicitar cómo transforman una representación fraccionaria en otra decimal, cuestión que tal vez puedan hacer pero no explicar antes de iniciar la secuencia.

Actividad 10: Mirar lo que aprendimos

- ¿Qué actividades te resultaron más fáciles?
- ¿Cuáles te costaron más? ¿Por qué pensás que te resultaron más difíciles?
- ¿Qué tenés en cuenta para escribir una fracción en forma decimal?
- ¿Y para escribir una expresión decimal como fracción? ¿Hay una única forma de hacerlo?
- ¿Aprendiste alguna forma nueva de comparar fracciones y decimales? ¿Cuál?
- ¿Siempre se puede decir cuál es el siguiente de un número? ¿Y cuántos números hay entre otros dos?
- ¿Tendrías que repasar algo más para poder resolver situaciones donde debas usar relaciones entre fracciones y expresiones decimales?

Actividad 0/11 ¿Qué sabemos?

1. Competencia de atletismo

- En un entrenamiento de salto en largo, se clasifica a los atletas: los que saltan más de 3,1 m y hasta 4,5 m se anotan en la competencia nacional y los que saltan más de 4,5 m se anotan en la internacional. El resto no competirá aún. Los saltos se miden en metros.

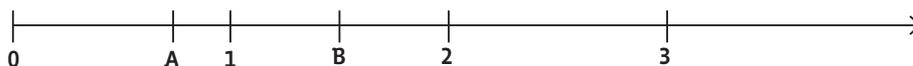
A 3,05 B 4,4 C $3\frac{1}{4}$ D 4,5 E $3\frac{1}{2}$ F 4,09
G 4,45 H 4,50 I 3,2 J 4,05 K 4,55 L 3,02

- ¿Qué atletas podrían anotarse en la competencia nacional? ¿Cuáles en la internacional?
- ¿Qué atletas quedaría fuera de la competencia?

2. Distintas representaciones, el mismo número

- ¿Cuáles de las siguientes escrituras corresponden a *mil quinientos tres milésimos*?
Decidí cuáles son correctas y justificá tu respuesta.
1,503 1503,1000 1503/1000 0,1503 1500,003

- Encontrá los números que corresponden a A y B y marcá C para que corresponda a 2,75



3. Para explicar

Explicá ...

- ...cuántos números podés intercalar entre 2,5 y 2,9. ¿Y entre 2,5 y 2,6? ¿Por qué?
- ...cómo escribís 1,8 como fracción. ¿Podrías encontrar otra? ¿Por qué?

4. Para registrar lo que aprendiste

- ¿Qué tenés en cuenta para saber si dos fracciones corresponden a una misma expresión decimal?
- ¿Cómo compararás una fracción con una expresión decimal?

