

ENSEGUIDA EMPEZAMOS COLEGAS...

Trayecto formativo de articulación entre los Niveles Primario y Secundario en Matemática

Consejo General de Educación y la Dirección General de Nivel Secundario





MATEMÁTICA



¿Hasta dónde habíamos
llegado?

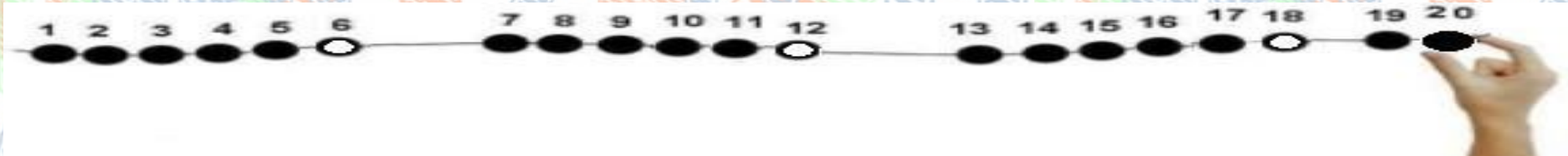
Contenidos	Contenidos Nivel Primario	Contenidos Nivel Secundario	Intención/ Propósitos de la propuesta
<p>Multiplicar y dividir con números naturales:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. La tabla pitagórica y el cálculo mental 2. El sentido de los números 3. Números y rectángulos 	<p>Cálculo de multiplicaciones y divisiones apoyándose en resultados conocidos, en propiedades del sistema de numeración o de las operaciones (ej.: para calcular 8×25 calcular primero 25×4 y luego $100 + 100$; para calcular 127×30 multiplicar primero por 3 y luego agregar un cero.</p>	<p>Operaciones: suma, resta, multiplicación y división. Divisibilidad, múltiplos y divisores de números naturales. Propiedades de las operaciones. Cálculo mental utilizando las propiedades de las operaciones como recurso.</p>	<p>Se espera que relacionen estrategias de resolución con las propiedades involucradas en dichas operaciones fundamentando el porqué de su validez</p>



La actividad que se presenta a continuación corresponde a la segunda de una serie de actividades pensadas en el marco de una transición:

Problema 1

Se arma un collar colocando 5 bolitas negras a continuación 1 blanca repitiendo la secuencia como muestra la imagen. Los números que se encuentran arriba del collar indican el orden en el que fueron enhebradas las bolitas.



a) Se arma un collar con 30 bolitas siguiendo esta secuencia, ¿de qué color será la última bolita? Si a este collar se le agregan 6 bolitas siguiendo la misma secuencia, ¿de qué color será la última? ¿Y si hubiera agregado 12? ¿Y si hubiera agregado 15? $600+60+6+6=672$

b) ¿Y si el collar tiene 600 bolitas? ¿y 676?

$672+6=678$, entonces 676 no es múltiplo

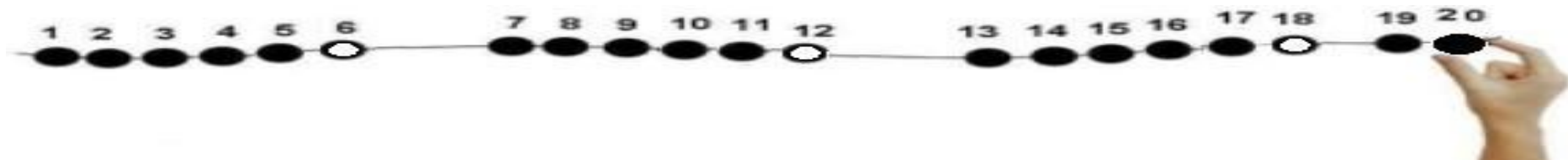
c) Emilia armó tres collares, en todos los casos usó más de 241 y menos de 300 bolitas y terminan en bolita blanca. ¿Cuántas bolitas pudo haber usado en cada collar?

24 es múltiplo de 6, 240 también es múltiplo de 6

$240+6=246$

$246+6$ y así sucesivamente

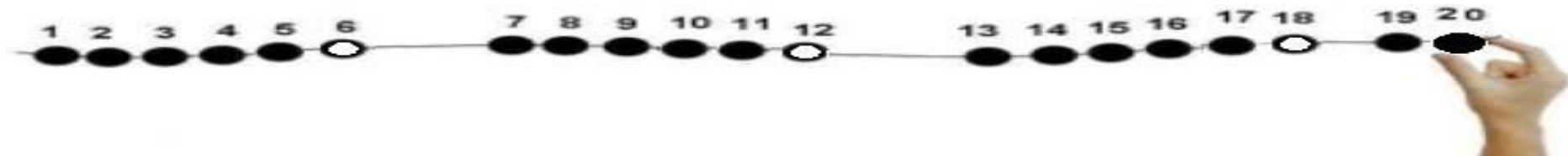
Se arma un collar colocando 5 bolitas negras a continuación 1 blanca repitiendo la secuencia como muestra la imagen. Los números que se encuentran arriba del collar indican el orden en el que fueron enhebradas las bolitas.



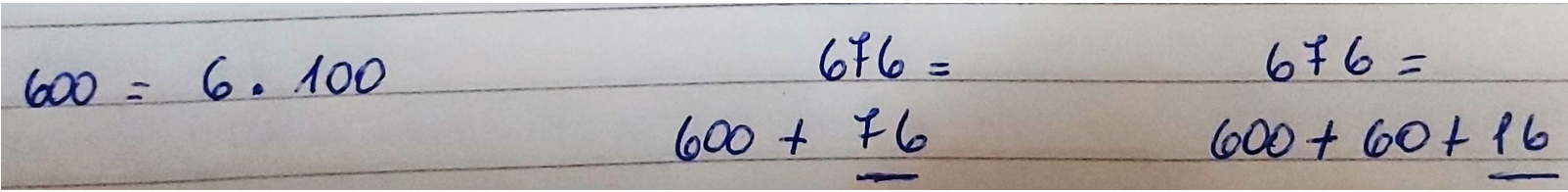
a) Se arma un collar con 30 bolitas siguiendo esta secuencia, ¿de qué color será la última bolita? Si a este collar se le agregan 6 bolitas siguiendo la misma secuencia, ¿de qué color será la última? ¿Y si hubiera agregado 12? ¿Y si hubiera agregado 15?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
N	N	N	N	N	B	N	N	N	N	N	B	N	N	N
					+6=12						+18			
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
N	N	B	N	N	N	N	N	B	N	N	N	N	N	B
		+6=24						+6=30						+6=36
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
N	N	N	N	N	B	N	N	N	N	N	B	N	N	N
					+6=42						+6=48			

Se arma un collar colocando 5 bolitas negras a continuación 1 blanca repitiendo la secuencia como muestra la imagen. Los números que se encuentran arriba del collar indican el orden en el que fueron enhebradas las bolitas.



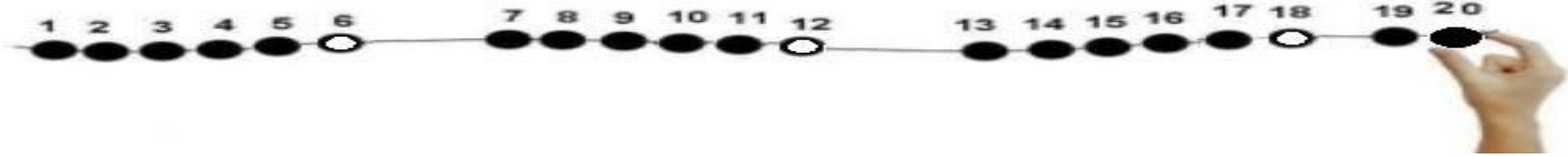
- a) Se arma un collar con 30 bolitas siguiendo esta secuencia, ¿de qué color será la última bolita? Si a este collar se le agregan 6 bolitas siguiendo la misma secuencia, ¿de qué color será la última? ¿Y si hubiera agregado 12? ¿Y si hubiera agregado 15?
- b) ¿Y si el collar tiene 600 bolitas? ¿y 676?



600 es un número grande pero conocido y es múltiplo de 6
6 cabe 100 veces en 600

¿cómo lo puedo pensar al 676 de manera conveniente?
¿a cuál conclusión podría llegar en la puesta en común a partir de este ítem?

Se arma un collar colocando 5 bolitas negras a continuación 1 blanca repitiendo la secuencia como muestra la imagen. Los números que se encuentran arriba del collar indican el orden en el que fueron enhebradas las bolitas.



bolitas y terminan en bolita blanca. ¿Cuántas bolitas pudo haber usado en cada collar?

$\begin{array}{r} 241 \quad \quad 6 \\ 01 \quad 40 \\ \hline 1 \\ 8 \end{array}$	$\begin{aligned} 246 \\ 246 + 6 &= 252 \\ 252 + 6 &= 258 \\ 258 + 6 &= 264 \end{aligned}$
<p>Con 5 bolitas que sume puedo volver a tener 1 blanca</p>	
$241 + 5 = 246$	

Problema 2

Sin obtener el resultado de cada cuenta, decidan si los siguientes números son múltiplos de 6. **Expliquen sus respuestas.**

$120 + 600$	$125 + 600$
$72 + 186$	$72 + 186 + 12$
6×52	$6 \times 52 + 7$
10×6	$4 + 10 \times 6$



Problema 2

Sin obtener el resultado de cada cuenta, decidan si los siguientes números son múltiplos de 6. **Expliquen sus respuestas.**

120+600 12 es múltiplo de 6, $2 \times 6 = 12$ y 12×10 Usando criterios de divisibilidad (por 2 y 3)	125+600 125 no es múltiplo de 6
72+186	72+186+12
6x52	6x52+7 6x52 es múltiplo de 6
10x6	4+6x10

- ¿POR CUÁL CREEN QUE COMENZARÍAN RESOLVIENDO LOS ALUMNOS INDEPENDIEMENTE DEL ORDEN DE APARICIÓN? ¿POR QUÉ?

Problema 2

Sin obtener el resultado de cada cuenta, decidan si los siguientes números son múltiplos de 6. **Expliquen sus respuestas.**

<p>120+600 es múltiplo de 6</p> <p>120 es múltiplo de 6 (6×20) y habíamos afirmado que 600 también</p>	<p>125+600 no es múltiplo de 6</p> <p>125 no es múltiplo de 6 ($120+6=126$)</p>
<p>72+186 es múltiplo de 6</p> <p>$72 = 60+12$ 72 es múltiplo de 6 $186 = 120+66$ ambos son múltiplos de 6</p>	<p>72+186+12 es múltiplo de 6</p> <p>Anteriormente vimos que $72+186$ es múltiplo de 6 y 12 es múltiplo de 6</p>
<p>6x52 es múltiplo de 6</p> <p>Los múltiplos de 6 son los resultados de "6 por un número"</p>	<p>6x52+7 no es múltiplo de 6</p> <p>6×52 es múltiplo de 6 7 no es múltiplo de 6</p>
<p>10x6 es múltiplo de 6</p> <p>Los múltiplos de 6 son los resultados de "6 por un número"</p>	<p>4+6x10 no es múltiplo de 6</p> <p>4 no es múltiplo de 6 6×10 es múltiplo de 6</p>

¿Posibles conclusiones?

Las relaciones/ propiedades que podrían aparecer, enunciadas oralmente o aplicadas implícitamente son:

- “si todos los términos de una suma son múltiplos de 6, el número resultante es múltiplo de 6;
- “si a un múltiplo de 6 le sumo otro número que no es múltiplo de 6, el número resultante no es múltiplo de 6”.

¿Qué tipo de conocimiento previo necesita tener el grupo de alumnos para poder resolver los Problemas 1 y 2?

¿Qué tipo de conocimiento previo necesita tener el grupo de alumnos para poder resolver los Problemas 1 y 2?

- **Descomposición aditiva de los números** para estudiar si son o no múltiplos de 6



CALCULO MENTAL

**¿Qué se entiende por
cálculo mental?
¿Y por algoritmo?
¿En qué se diferencian?**



Cálculo mental

- Conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan **sin recurrir a un algoritmo preestablecido**, para obtener resultados exactos o aproximados.
- **No significa que no se involucre la escritura o que no se hagan cálculos**, sino que se hace referencia a estrategias “artesanales”, que muchas veces no se pueden expresar como algoritmos ni son generalizables.
- Se caracteriza por la presencia de una diversidad de **técnicas que se adaptan a los números en juego y a los conocimientos (o preferencias) del sujeto** que las despliega.

Algoritmos

Consisten en una **serie de reglas aplicables en un orden determinado**, siempre del mismo modo, independientemente de los datos y que garantizan alcanzar el resultado buscado en un número finito de pasos.



Algoritmo

$$\begin{array}{r} 1 \\ 96 \\ \times 2 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 123 \\ + 27 \\ \hline 150 \end{array}$$

Cálculo Mental

$$96 \times 2 = 90 \times 2 + 6 \times 2 = 180 + 12 = 192$$

$$(90+6) \times 2 = 90 \times 2 + 6 \times 2$$

$$123 + 27 = 120 + 30$$

$$(120+3)+27$$

$$123+(7+20)=130+20$$

Cuaderno 1: Multiplicar y dividir con Números Naturales



1. La tabla pitagórica y el cálculo mental.
2. Los sentidos de la multiplicación y división con números naturales y sus propiedades.
3. La multiplicación y la división en problemas que involucran organizaciones rectangulares.

La actividad que se presenta a continuación corresponde a la primera parte del cuaderno 1 y es una situación problemática posible de ser trabajada en el aula de matemática. Les proponemos:

Con la calculadora tienen que hacer las siguientes multiplicaciones.

a) ¿Cómo podrían resolverlas si no funcionara la tecla 8? **Expliquen cómo las resolvieron.**

$4 \times 8 =$

$6 \times 8 =$

$5 \times 8 =$

$7 \times 8 =$

b) ¿Y si no pudieras usar la tecla del 6? **Expliquen cómo las resolvieron.**

$9 \times 6 =$

$8 \times 6 =$

$7 \times 6 =$

c) ¿Si no funcionara la tecla del 7? **Expliquen cómo las resolvieron.**

$4 \times 7 =$

$10 \times 7 =$

$5 \times 7 =$

1. Realizar al menos dos anticipaciones de las diferentes producciones que podrían realizar los estudiantes para cada uno de los ítems.

 $4 \times 8 =$

$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 =$

$4 \times 4 \times 2 =$

$4 \times 2 \times 2 \times 2 =$

$4 \times 4 + 4 \times 4 =$

$4 \times 5 + 4 \times 3 =$

$6 \times 8 =$

 5×8

7×8

¿Pueden resolverse de manera similar las demás multiplicaciones?

$9 \times 6 =$ $9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9$ $9 \times 3 \times 2$ $9 \times 5 + 9$ $9 \times 2 + 9 \times 2 + 9 \times 2$ $9 \times 3 + 9 \times 3$	8×6	$7 \times 6 =$
$4 \times 7 =$	$10 \times 7 =$	$5 \times 7 =$

¿Pueden resolverse de manera similar las demás multiplicaciones?

- 2. ¿Qué conocimientos se ponen en juego con estos procedimientos?**
- 3. ¿Cómo organizarían la clase? ¿Propondrían la actividad con todos los ítems juntos? ¿Los alumnos resolverían la actividad en forma individual, en parejas, de forma colectiva? ¿Cómo organizarían la puesta en común?**



DOS CLASES DE CONOCIMIENTOS EN EL TRABAJO SOBRE CÁLCULO MENTAL

a) La sistematización de un conjunto de resultados

Permite la construcción progresiva de **un repertorio** de productos y cocientes, disponibles en la memoria o fácilmente reconstruibles a partir de aquellos **memorizados**.

b) La construcción de procedimientos personales

Permiten dar respuesta a una situación, es un cálculo pensado o reflexionado hace funcionar las propiedades de las operaciones en relación con las características del sistema de numeración posicional y decimal. Permite, una profundización en los conocimientos sobre las operaciones, sus propiedades y sobre nuestro sistema de numeración.

CÁLCULO MENTAL

Otorga una gran oportunidad para reflexionar acerca de las **propiedades de las operaciones** y, a su vez, las operaciones habilitan diversos procedimientos para un mismo cálculo.

Sistematización de un conjunto de resultados



TABLAS PITAGÓRICAS

¿qué es la TABLA PITÁGORICA?

- Tabla donde aparecen los resultados de todas las operaciones de los números hasta 10 inicialmente.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Se deben **proponer** actividades con la Tabla de Pitágoras que ayuden a los alumnos a empezar a relacionar productos entre sí y a adquirir recursos para encontrar rápidamente un resultado que aún no hayan memorizado.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Una de las propiedades a analizar es la propiedad conmutativa de la multiplicación
- Identificar esos productos será facilitador de muchos otros cálculos. Permite saber que se necesita memorizar solo la mitad de la tabla, ya que los únicos productos que no se repiten son los que están en la diagonal 1x1- 2x2- 3x3- 4x4- 5x5- 6x6.
- Otra propiedad interesante es identificar las filas que son el doble o la mitad de otra, la fila del 2 es la mitad de la del 4. Del mismo modo con la fila de 3 y de 6, del 5 y del 10, del 4 y del 8
- ¿Cuáles otras?

- También es importante establecer que los resultados de la fila del 7 se pueden obtener sumando los de la fila del 3 y la fila del 4.
- O restando los resultados de la fila del 3 a los resultados de la fila del 10
- Analizar si sucede lo mismo sumando los de 5 y 2 y los de 6 y 1

¿Qué tipo de actividades permiten poner en juego el trabajo con la Tabla Pitagórica?

Con la ayuda del resultado dado en cada columna, calculá los otros productos.

$7 \times 5 = \boxed{}$

$4 \times 3 = 12$

$6 \times 6 = 36$

$7 \times 6 = 42$

$4 \times 4 = \boxed{}$

$6 \times 7 = \boxed{}$

$6 \times 7 = \boxed{}$

$4 \times 5 = \boxed{}$

$6 \times 8 = \boxed{}$

Para encontrar el **producto de dos números**, se puede buscar uno de los productos con el número del que ya se sepa el resultado de memoria y, luego, agregarle o restarle ese número. Por ejemplo, para encontrar el producto de 8×6 , se puede partir de $8 \times 5 = 40$ y, luego, sumarle 8. El resultado es 48.

● Encontrá el resultado de estos productos usando esa idea.

$7 \times 8 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 9 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 7 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

¿Qué tipo de actividades permiten poner en juego el trabajo con la Tabla Pitagórica?

Con la ayuda del resultado dado en cada columna, calculá los otros productos.

$7 \times 5 = \boxed{}$

$4 \times 3 = 12$

$6 \times 6 = 36$

$7 \times 6 = 42$

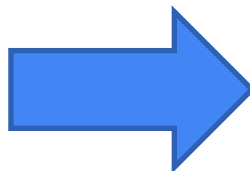
$4 \times 4 = \boxed{}$

$6 \times 7 = \boxed{}$

$6 \times 7 = \boxed{}$

$4 \times 5 = \boxed{}$

$6 \times 8 = \boxed{}$



$$7 \times 5 = 7 \times 6 - 7 = 42 - 7 = 42 - (2 + 5) = 40 - 5 = 35$$
$$6 \times 7 = 7 \times 6 = 42$$

$$4 \times 4 = 4 \times 3 + 4 = 12 + 4 = 16$$
$$4 \times 5 = 4 \times 4 + 4 = 16 + 4 = 20$$

$$6 \times 7 = 6 \times 6 + 6 = 36 + 6 = 36 + 4 + 2 = 40 + 2 = 42$$
$$6 \times 8 = 6 \times 7 + 6 = 42 + 6 = 48$$

$7 \times 8 =$ Se puede usar $7 \times 7 = 49$ y luego sumar 7 para obtener **56**.

$9 \times 4 =$ Se puede usar $9 \times 5 = 45$ y luego restar 9 para obtener **36**.
Se puede usar $10 \times 4 = 40$ y luego restar 4.

$7 \times 6 =$ Se puede usar $7 \times 5 = 35$ y luego sumar 7 para obtener **42**.
Se puede usar $7 \times 7 = 49$ y luego restar 7.



Para encontrar el **producto de dos números**, se puede buscar uno de los productos con el número del que ya se sepa el resultado de memoria y, luego, agregarle o restarle ese número. Por ejemplo, para encontrar el producto de 8×6 , se puede partir de $8 \times 5 = 40$ y, luego, sumarle 8. El resultado es 48.

● Encontrá el resultado de estos productos usando esa idea.

$7 \times 8 = \underline{\hspace{2cm}}$ $9 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ $7 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

- Estas oraciones incompletas retoman ideas para resolver multiplicaciones. **Leelas y fijate** cómo se te ocurre completarlas.

Multiplicar por 4 es fácil porque _____

Saber las multiplicaciones por 4 ayuda a resolver las multiplicaciones por 8 porque _____

Saber las multiplicaciones por 3 ayuda a resolver las multiplicaciones por _____

Saber el resultado de 6×6 ayuda a resolver 6×7 porque _____

Multiplicar por 10 es fácil porque _____

Para hacer 8×9 , se puede multiplicar 8×10 y, después, _____

Para averiguar el doble de 16, se puede _____

Si sabés el resultado de 6×5 , también, sabés el resultado de 5×6 porque _____

Para hacer 7×8 , podés hacer 7×4 y _____

TAREA PARA EL PRÓXIMO ENCUENTRO:

Planificar e implementar al menos una de las actividades de cálculo mental trabajadas en este encuentro que considere adecuada para su grupo de alumnos, indicando:

- *Actividad seleccionada*
- *Procedimientos posibles de resolución (al menos dos)*
- *Organización de la clase*
- *Posibles intervenciones docentes*
- *Posibles conclusiones*
- *Evidencia de implementación (foto y/ o video de pizarrón y/o carpeta)*

FECHA LIMITE DE IMPLEMENTACIÓN: 2 DE OCTUBRE

FORMATO DE PRESENTACIÓN: archivo Word denominado ESCUELA_NOMBREDOCENTE