Colegio Secundario *"General San Martín"* - CUE 1801114
Monumento Histórico Nacional Dcto. 523/19
Fray José de la Quintana 699
Tel. 0379- 4438640 –Cel. 379- 4241937
(3400) Corrientes – República Argentina
e-mail: colegiogralsanmartin@hotmail.com

1983 2023
"40 Años de Democracia" Dto. 877/22

TP N°6- 6TO AÑO

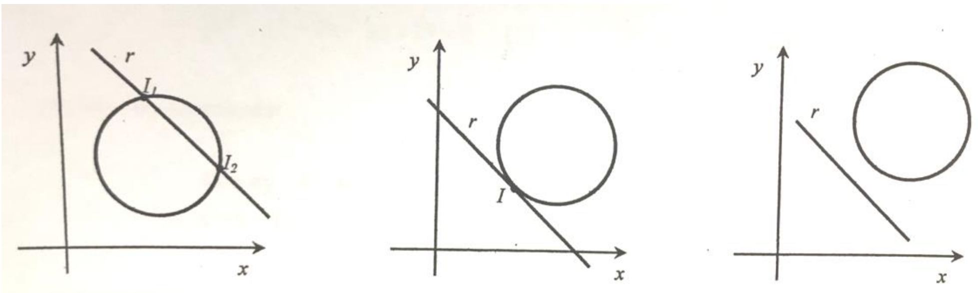
Prof. Quiróz, Erika

Intersecciones de una circunferencia y una recta

Determinamos el sistema formado por ambas ecuaciones, y luego sustituimos en la ecuación de la circunferencia el valor de una de las variables que despejamos en la ecuación de la recta, obteniendo una ecuación de 2° grado que resolvemos

La ecuación de ésta recta nos puede dar dos valores $x_1\ y\ x_2$, tal que:

a) $x_1 \neq x_2$, $x_1\ y\ x_2 \in R \Rightarrow$ Recta secante a la circunferencia. 2 puntos de intersección.
b) $x_1 = x_2$, $x_1\ y\ x_2 \in R \Rightarrow$ Recta tangente a la circunferencia.1 punto de intersección.
c) $x_1\ y\ x_2 \in C \Rightarrow$ Recta exterior a la circunferencia. No hay punto de intersección.



a) $I_1 \neq I_2$: recta secante b) $I_1 = I_2$: recta tangente c) $\nexists I$: recta exterior

Ejemplo: Determinar los puntos de intersección de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 5y - 5 = 0$ y la recta x-y+1=0

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 5y - 5 = 0 \\ \mathrm{x - y + 1 = 0} \end{cases}$$

Despejamos "**y**" en la ecuación de la recta (si no está despejado) $\mathrm{x - y + 1 = 0} \Rightarrow \mathrm{y = x + 1}$ sustituimos en la ecuación de la circunferencia "y" por x+1.

$x^2 + (x + 1)^2 - 4x + 5(x + 1) - 5 = 0$ Reemplazamos en Y

$x^2 + x^2 + 2x + 1 - 4x + 5x + 5 - 5 = 0$ Resolvemos el cuadrado del binomio y prop. Distributiva.

$2x^2 + 3x + 1 = 0$ Quedó una ecuación cuadrática, por lo tanto resolvemos:

$x_1, x_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4.2.1}}{2.2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} =$ Por lo tanto

$x_1 = \frac{-3-1}{4} = \frac{-4}{4} = -1$ $x_2 = \frac{-3+1}{4} = \frac{-2}{4} = -0{,}5$ $\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -0{,}5 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

Los resultados reemplazamos en la ecuación de la recta que tenemos
y=x+1

Para $x_1 = -0{,}5 \Rightarrow y_1 = \ -0{,}5 + 1 = 0{,}5 \ \therefore P_1 = (-0{,}5; 0{,}5)$

$x_2 = -1 \Rightarrow y_2 = -1 + 1 = 0 \ \therefore \ P_2 = (-1{,}0)$

Determinamos las coordenadas del centro y radio de la circunferencia. Recordemos las fórmulas:

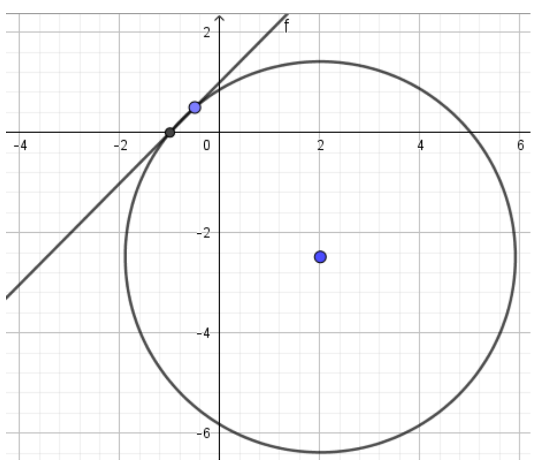
$$\alpha = -\frac{A}{2} \ ; \quad \beta = -\frac{B}{2} \ ; \ R = \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 - C)}$$

$$\begin{cases} \alpha = -\dfrac{A}{2} \Rightarrow \alpha = -\left(-\dfrac{4}{2}\right) = 2 \\ \beta = -\dfrac{B}{2} \Rightarrow \beta = -\dfrac{5}{2} = -2{,}5 \end{cases}$$

$$R = \sqrt{(2^2 + (2{,}5)^2 + 5)} = \sqrt{\frac{61}{4}} \cong 3{,}9$$

Entonces la circunferencia de centro (2 ; -2,5) y radio 3,9.. con la recta **y= x+1** se intersectan en los puntos $P_1 = (-0{,}5 \ ; 0{,}5) \ y \ \ P_2 = (-1{,}0)$.

Por lo tanto la recta es **secante** a la circunferencia.



Para una mejor comprensión podes ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=eHg7Wo1TMOk

Actividades

1) Dados los siguientes sistemas:
   - Hallar analítica y gráficamente los puntos de intersección de:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x + 6y + 25 = 0 \\ X + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 10x - 4y + 16 = 0 \\ 2y = -3x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0 \\ -x + y - 2 = 0 \end{cases}$$