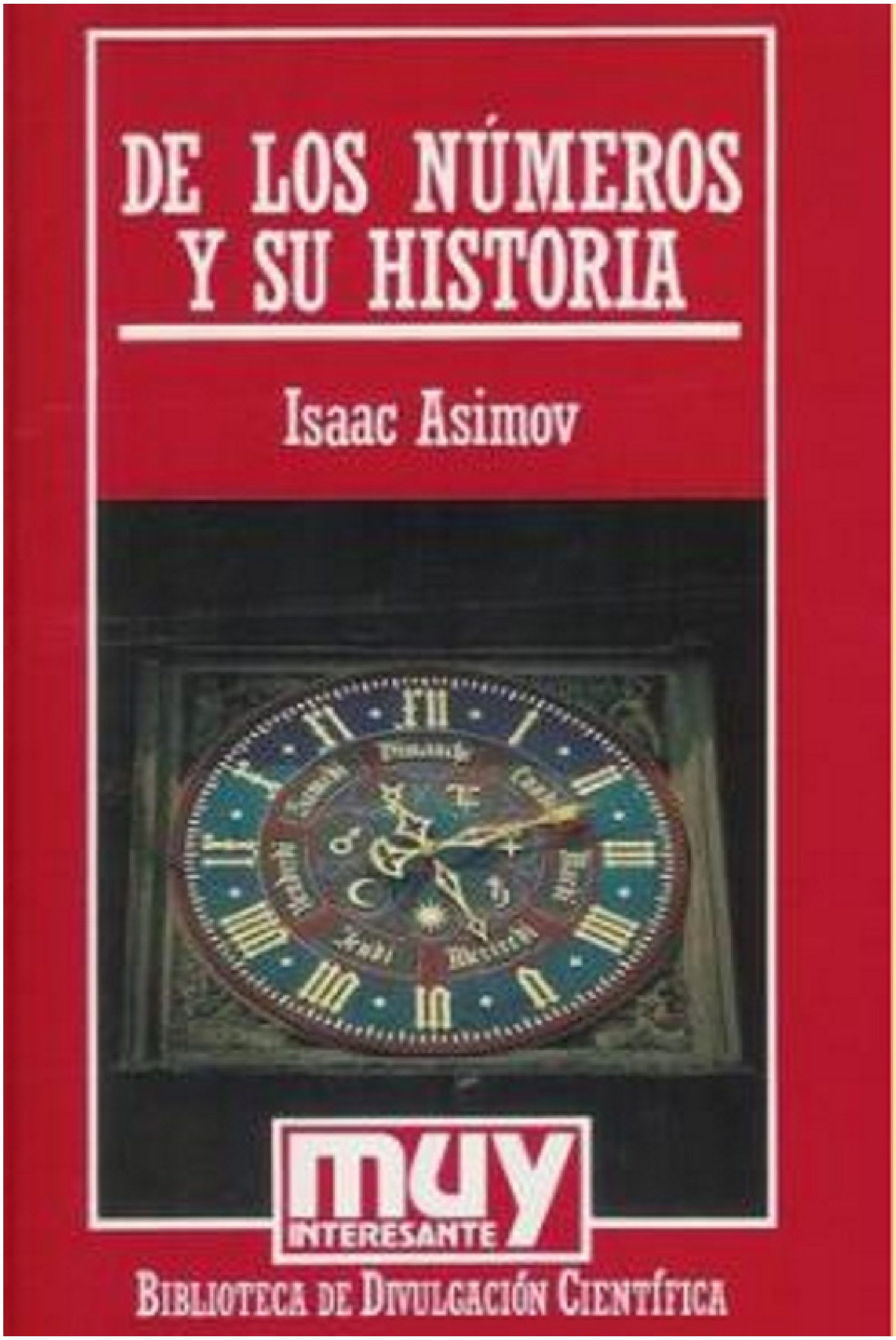
DE LOS NÚMEROS
Y SU HISTORIA
Isaac Asimov
muy
INTERESANTE
BIBLIOTECA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA

Introducción

Allá por 1959 comencé a escribir una columna científica mensual para *The Magazine of Fantasy and Science Fiction*. Me dieron carta blanca en lo relativo a temas, formas de encarar, estilo y todo lo demás, y yo aproveché todas esas ventajas. He usado la columna para recorrer todas y cada una de las ciencias de una manera informal y muy personal, de modo que de todo lo que escribo (y escribo muchísimo) nada me brinda tanto placer como estos ensayos mensuales.

Y, como si el placer que encuentro en ellos fuera poco, cada vez que completo diecisiete ensayos, la Doubleday & Company Inc. los reúne en un libro y los publica. Hasta ahora se han publicado doce libros de mis ensayos en *The Magazine of Fantasy and Science Fiction*, lo que hace un total de 204 ensayos. Por supuesto que hay un decimotercero en camino.

Pero son pocos los libros que uno puede esperar que se sigan vendiendo indefinidamente o lo bastante, al menos, como para merecer la inversión que hace falta para mantenerlos siempre en venta. Es por ello que los beneméritos caballeros de la Doubleday han dejado (con cierto disgusto, pues me quieren mucho y saben como tiende a temblar mi labio inferior en estas ocasiones) que mis primeros cinco libros de ensayos se agotaran.

En su edición *encuadernada*, me apresuro a decir. Los cinco libros siguen prosperando en sus ediciones en rústica, de modo que todavía están a disposición del público. Pero las ediciones encuadernadas tienen una distinción que me resisto a perder, Son los libros encuadernados los que van a las bibliotecas; y para aquellos que realmente desean hacer un agregado permanente a sus extensas colecciones personales de libros de Asimov[1], no hay nada mejor que un libro encuadernado.

De modo que mi primer impulso fue pedir a la buena gente de Doubleday que volviera a editar los libros, jugando así una especie de segunda vuelta. Esto se hace periódicamente con mis libros de ciencia ficción y con éxito, aun cuando existen ediciones simultáneas en rústica todavía disponibles. Pero pude ver que con mis ensayos el caso era diferente. Mi ciencia ficción siempre se mantiene fresca, pero

[1] Bueno, ¡empiece a formar una! (N. del A.)

los ensayos científicos tienden a perder actualidad, porque el progreso de la ciencia es inexorable. Y después me puse a meditar...

Con toda intención yo me explayo ampliamente sobre las diversas ciencias, tanto para satisfacer mis propias aficiones inquietas como para dar a cada miembro de mi audiencia heterogénea una oportunidad de satisfacer sus preferencias personales de vez en cuando. Como resultado cada colección de ensayos tiene algo de astronomía, algo de química, algo de física, algo de biología, algo de matemática, etcétera.

Pero, ¿qué sucede con el lector que se interesa por la ciencia pero que tiene un interés *especial* en una disciplina dada? Tiene que leer todos los artículos del libro para encontrar tres o cuatro que puedan ser de su interés.

Entonces, ¿por qué no revisar los cinco libros agotados, escoger los artículos referentes a una disciplina científica particular y reunidos en un volumen más especializado?

Doubleday estuvo de acuerdo y yo compaginé una colección de artículos astronómicos que aparecieron con el título de *Asimov on Astronomy*. La presente introducción aparecería en el comienzo, explicando a los lectores exactamente lo que había hecho y por qué lo había hecho, de manera que todo estaba sobre la mesa y a la vista. Era un proyecto experimental, por supuesto, y pudo haber andado muy mal. No fue así; funcionó muy bien. La gente de Doubleday se alegró mucho y yo me puse a trabajar enseguida (muy contento) y a compaginar *Asimov on Chemistry* y *Asimov on Physics*, cada uno de ellos con la misma introducción del primer libro de la serie, de modo que el lector no deje de enterarse de qué se trata.

Estos también anduvieron bien y ahora estoy preparando un cuarto y último volumen[2], *Asimov on Numbers*, que contiene un artículo que apareció en *View from a Height*, siete artículos de *Adding a Dimension*, cuatro artículos de *Of Time and Space and Other Things*, y cinco artículos que aparecieron en *Earth to Heaven*. Los artículos no están ordenados cronológicamente, sino conceptualmente.

Además de haber agrupado los artículos en un conjunto más homogéneo y ordenado, ¿qué otra cosa hice? Bueno, los artículos tienen entre nueve y dieciséis

[2] Claro que en los cinco libros agotados hay diecisiete ensayos que no habían aparecido en ninguna de las cuatro colecciones, pero que constituyen un conjunto heterogéneo. Tal vez cuando otros libros de ensayos míos se agoten, podré combinar algunos de ellos con artículos adicionales provenientes de libros posteriores para sumarlos a estas colecciones especializadas por temas. (N. del A.)

años de antigüedad y el envejecimiento se nota aquí y allá. Me siento bastante contento de que el progreso de la ciencia no haya eliminado ni dañado seriamente a ninguno de los artículos aquí incluidos, pero había que hacer algunos cambios menores y los hemos hecho.

Al hacerlo he tratado de no enmendar el contenido de los artículos, ya que ello los habría privado a ustedes del placer de verme comer mis propias palabras de vez en cuando o, de alguna manera, de masticarlas un poquito. De modo que he efectuado cambios agregando notas al pie de página en varios lugares, allí donde hacía falta modificar algo que había dicho o donde me veía obligado a cambiar algo para que no apareciera información errónea en el artículo. Donde fue necesario hacer algunos cambios menores en las estadísticas, y haberlo hecho en las notas al pie hubiera sido insoportablemente incómodo, tuve que corregir el artículo, pero en esos casos advierto al lector que lo estoy haciendo.

Además de esto, mis buenos amigos de la Doubleday han decidido presentar estos libros sobre las distintas disciplinas de la ciencia en un formato consistente y más elaborado que el que han empleado para mis colecciones ordinarias de ensayos, y han agregado ilustraciones cuyas leyendas (preparadas por mí) proporcionan información adicional a la que figura en los mismos ensayos.

Finalmente, ya que el tema es mucho más homogéneo que mis colecciones ordinarias de ensayos misceláneos, he preparado un índice (aunque debo admitir que éste va a ser menos útil en este caso que en los tres primeros libros de la serie).

Así que, aunque los ensayos aislados son viejos, espero que igual ustedes encuentren al libro novedoso y agradable. Por lo menos les he explicado, con toda honestidad y precisión, qué fue lo que hice y por qué. El resto depende de ustedes.

ISAAC ASIMOV

Nueva York, noviembre de 1975

Capítulo 2
Uno, diez... ¿Cómo sigue?

Siempre me ha desconcertado un poco mi incapacidad para resolver acertijos matemáticos, ya que (en el fondo de mi corazón) siento como si esto fuera incompatible conmigo mismo. Por cierto que muchos de mis queridos amigos han intentado la explicación que en lo profundo de mi ser reposa una vena de estupidez hábilmente escondida, pero de alguna manera esta teoría nunca me ha convencido.

Lamentablemente no tengo ninguna otra explicación que dar.

Entonces puede usted imaginarse que cuando me encuentro con un problema para el que puedo encontrar la respuesta, mi corazón canta de alegría. Esto me ocurrió una vez cuando era muy joven, y nunca me he olvidado. Déjeme que le explique con cierto detalle, pues así llegaré adonde deseo llevarlo.

En esencia, el problema es éste. A usted le dan el número que desee de pesas de valores enteros: de un gramo, dos gramos, tres gramos, cuatro gramos, etc. De ellas usted debe elegir un número suficiente para que, sumándolas de manera apropiada, pueda pesar cualquier número entero de gramos desde uno hasta mil. Bueno, entonces ¿cómo se deben elegir las pesas de manera de tener el menor número posible que nos permita lograr lo propuesto?

Yo razoné de esta manera...

Tengo que comenzar con una pesa de 1 gramo, ya que es la única manera de pesar un gramo. Si ahora tomo una segunda pesa de 1 gramo puedo pesar dos gramos usando ambas pesas de 1 gramo. Pero puedo ahorrar pesas si, en lugar de una segunda pesa de 1 gramo tomo una de 2 gramos, pues entonces no solo puedo pesar dos gramos con esta nueva pesa, sino que también puedo pesar tres gramos empleando la de 2 gramos más la de 1 gramo.

¿Cómo sigo? ¿una pesa de 3 gramos, quizá? Eso sería antieconómico, porque tres gramos ya se pueden pesar con las de 2 gramos más la de 1 gramo. De modo que di un paso más y elegí una pesa de 4 gramos. Eso no sólo me dio la posibilidad de pesar cuatro gramos, sino también cinco gramos (4 gramos más 1 gramo), seis gramos (4 gramos más 2 gramos) y siete gramos (4 gramos mas 2 gramos mas 1 gramo).

A esta altura comenzaba a percibir un cierto patrón constante. Si siete gramos era el máximo que podía alcanzar, en el paso siguiente tendría que elegir una pesa de 8 gramos y eso me llevaría hasta quince gramos (8 gramos mas 4 gramos mas 2 gramos mas 1 gramo) pasando por todos los pesos enteros intermedios. El peso siguiente era el de 16 gramos, y ya veía claramente que para pesar cualquier numero de gramos uno tenia que tomar una serie de pesas (empezando con la de 1 gramo), cada una de las cuales fuera el doble de la anterior.

Eso significaba que yo podía pesar cualquier número de gramos desde uno hasta mil mediante diez y solo diez pesas: de 1 gramo, 2 gramos, 4 gramos, 8 gramos, 16 gramos, 32 gramos, 64 gramos, 128 gramos, 256 gramos y 512 gramos. En realidad estas pesas me permitían llegar hasta 1.023 gramos.

Ahora podemos olvidarnos de los pesos y trabajar con números solamente. Usando los números, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 y 512 y solo esos, usted puede expresar cualquier otro número hasta el 1.023 inclusive, sumando dos o más de ellos. Por ejemplo, el numero 100 se puede expresar como 64 mas 32 mas 4, el numero 729 se puede expresar como 512 mas 128 mas 64 mas 16 mas 8 mas 1. Y, por supuesto, el 1.023 se puede expresar como la suma de los diez números.

Si agrega usted a esta lista de números el 1.024, entonces puede seguir formando números hasta el 2.047; y si luego agrega el 2.048, puede seguir formando números hasta el 4.095; y si luego agrega...

Bueno, si usted comienza con el 1 y lo sigue duplicando indefinidamente, tendrá usted una sucesión de números que mediante sumas adecuadas le permitirán expresar absolutamente cualquier número finito.

Hasta aquí todo está bien, pero esta sucesión tan interesante de números, 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,..., parece un tanto desprolija. Seguramente debe haber una forma más prolija de expresarla. Y aquí la tienen.

Olvidémonos por un minuto del 1 y abordemos el 2. Si lo hacemos podemos empezar con la trascendente afirmación que 2 es 2 (¿hay oposición?). Pasando al número siguiente, podemos decir que 4 es 2 por 2. Luego, 8 es 2 por 2 por 2; 16 es 2 por 2 por 2 por 2; 32 es... Pero ustedes ya se dan cuenta.

Así que podemos escribir la sucesión (seguimos ignorando el 1) como: 2, 2 por 2,2 por 2 por 2, 2 por 2 por 2 por 2, etc. En todo esto hay una especie de uniformidad y regularidad agradable, pero todos esos 2 por 2 por 2 nos hacen ver manchas. Por lo tanto, en lugar de escribir todos los números 2, sería conveniente contar cuántos 2 se multiplican empleando el método exponencial.

Así, si 4 es igual a 2 por 2, lo llamaremos 2^2 (dos a la segunda potencia o dos al cuadrado). Lo mismo, si 8 es 2 por 2 por 2, podemos indicar que son tres los números 2 que se multiplican escribiendo 8 como 2^3 (dos a la tercera potencia o dos al cubo). Siguiendo esa línea de razonamiento vemos que 16 es 2^4 (dos a la cuarta potencia), 32 es 2^5 (dos a la quinta potencia), etc. En cuanto al 2 mismo, tenemos un solo número 2 y lo llamamos 2^1 (dos a la primera potencia).

Y algo más. Podemos decidir que 2^0 (dos a la potencia cero) sea igual a 1. (En realidad es conveniente que todo número elevado a la potencia cero sea igual a 1. Así, 3^0 es igual a 1, y también lo son 17^0 y $1.965.211^0$. Pero, por el momento, sólo nos interesa el 2°, y lo tomaremos igual a 1.)

Es decir que en lugar de la sucesión 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,..., tenemos la sucesión 2°, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6,... Es la misma sucesión si tenemos en cuenta los valores de sus distintos términos, pero la segunda forma de escribirla es de alguna manera más elegante y, según veremos, más útil.

Empleando estas potencias de 2 podemos expresar cualquier número. He dicho antes que 100 puede expresarse como 64 más 32 más 4. Esto quiere decir que se puede expresar como 2^6 más 2^5 más 2^2. Del mismo modo si 729 es igual a 512 más 128 más 64 más 16 más 8 más 1, también se lo puede expresar como 2^9 más 2^7 más 2^6 más 2^4 más 2^3 más 2^0. Y por supuesto que 1.023 es 2^9 más 2^8 más 2^7 más 2^6 más 2^5 más 2^4 más 2^3 más 2^2 más 2^1 más 2^0.

Pero seamos sistemáticos en esto. Estamos empleando diez potencias distintas del 2 para expresar cualquier número por debajo del 1.024, así que nada nos cuesta construirlos a todos. Si no queremos emplear una cierta potencia en la suma que hace falta para expresar un número dado, entonces basta con que la multipliquemos por 0. Si queremos emplearla, la multiplicamos por 1. Esas son las únicas alternativas: o bien usamos una cierta potencia, o no la usamos; o bien la multiplicamos por 1, o por 0.

Empleando un asterisco para indicar la multiplicación, podemos decir que 1.023 es:

$$1*2^9 \text{ más } 1*2^8 \text{ más } 1*2^7 \text{ más } 1*2^6 \text{ más } 1*2^5 \text{ más } 1*2^4 \text{ más } 1*2^3 \text{ más } 1*2^2 \text{ más } 1*2^1 \text{ más } 1*2^0.$$

Hemos empleado todas las potencias. En cambio, al expresar el 729 tendremos:

$$1*2^9 \text{ más } 0*2^8 \text{ más } 1*2^7 \text{ más } 1*2^6 \text{ más } 0*2^5 \text{ más } 1*2^4 \text{ más } 1*2^3 \text{ más } 0*2^2 \text{ más } 0*2^1 \text{ más } 1*2^0.$$

Y análogamente al expresar el 100 podemos escribir:

$$0*2^9 + 0*2^8 + 0*2^7 + 1*2^6 + 1*2^5 + 0*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0.$$

Usted podría preguntar: ¿por qué molestarse en incluir todas esas potencias que después no usa?

Primero usted las escribe y luego las borra multiplicándolas por cero. Sin embargo, la cuestión reside en que si usted las escribe a todas sistemáticamente, sin excepción, luego puede dar por sabido que están allí y omitirlas del todo, quedándose sólo con los unos y los ceros.

Entonces podemos escribir

1.023 como 1111111111;

podemos escribir

729 como 1011011001,

y podemos escribir

100 como 0001100100.

De hecho, podemos ser sistemáticos en todo esto y, recordando el orden de las potencias, podemos usar las diez potencias para expresar todos los números hasta el 1.023 de esta manera:

0000000001 igual a 1
0000000010 igual a 2
0000000011 igual a 3
0000000100 igual a 4
0000000101 igual a 5
0000000110 igual a 6
0000000111 igual a 7,
y así siguiendo hasta
....
1111111111 igual a 1.023.

Por supuesto que no tenemos por qué limitarnos nada más que a diez potencias del número 2, podemos tener once potencias o catorce, o cincuenta y tres, o un número infinito. Pero sería bastante cansador escribir un número infinito de unos y ceros solamente para indicar si cada una de las infinitas potencias del 2 se usa o no se usa. Así que se adopta la convención de omitir todas las potencias altas del número 2 que no se usan en un número dado y comenzar por la potencia más alta que sí se usa, continuando a partir de ésa. En otras palabras, no escriba la línea indefinida de ceros que aparecerían a la izquierda. En ese caso, los números se pueden representar como

1	igual a 1
10	igual a 2
11	igual a 3
100	igual a 4
101	igual a 5
110	igual a 6
111	igual a 7,

etcétera.

De esta manera, absolutamente cualquier número se puede expresar como una cierta combinación de unos y ceros, y la verdad es que unas pocas tribus primitivas han empleado un sistema de numeración como éste.

Pero el primer matemático civilizado que lo hizo sistemáticamente fue Gottfried Wilhelm Leibniz[9], hace cerca de tres siglos. Este se sintió maravillado y gratificado porque razonó que el 1, que representa la unidad, era un símbolo evidente de Dios, mientras que el 0 representaba la nada que, además de Dios, también existía en un principio. En consecuencia, si todos los números pueden representarse simplemente empleando el 1 y el 0, seguramente esto es lo mismo que decir que Dios creó al Universo a partir de la nada.

A pesar de tan terrible simbolismo, esta cuestión de los unos y ceros no causó ninguna impresión en absoluto a los hombres de negocios más prosaicos. Muy bien puede ser una curiosidad matemática fascinante, pero ningún contador va a trabajar con 1011011001 en lugar de 729.

Pero de repente, resulta que este sistema de numeración basado en dos (también llamado “sistema binario”, palabra que proviene del latín *binarius*, que significa “dos por vez”) es ideal para las computadoras electrónicas.

Después de todo, los dos dígitos diferentes, el 1 y el 0, se pueden equiparar en la computadora con las dos posiciones distintas de una llave dada: “si” (encendida) y “no” (apagada). Hagamos que “si” represente el 1 y “no” represente el 0, entonces, si la maquina contiene diez llaves, el numero 1.023 se puede indicar como si-si-si-

[9] Leibniz nació en Leipzig, Sajonia, el 1 de julio de 1646 y fue un niño prodigio. Aprendió solo el latín a los ocho años y el griego a los catorce. Obtuvo un título en leyes en el año 1665 y además fue diplomático, filósofo, autor político y mediador voluntario entre católicos y protestantes. Actuó también como consejero de Pedro el Grande de Rusia. En 1671 fue el primer hombre que desarrolló un aparato mecánico capaz de multiplicar y dividir además de sumar y restar.

Leibniz visitó Londres en 1673, después de lo cual crea esa rama de la matemática que se denomina Cálculo Infinitesimal sobre la cual publicó una obra en 1684. Isaac Newton había desarrollado el cálculo infinitesimal en forma independiente y casi en la misma época, pero Newton era bastante mezquino en las cuestiones en que no intervenía su genio, y acusó a Leibniz de plagio. Hubo una larga batalla entre los defensores de los dos hombres, pero en realidad la concepción de Leibniz era superior, y Gran Bretaña, por sostener tercamente a Newton, quedó rezagada y se estancó en su desarrollo matemático durante un siglo y medio.

En 1700 Leibniz indujo al rey Federico I de Prusia a fundar la Academia de Ciencias de Berlín, de la cual fue el primer presidente. Pero pasó la mayor parte de sus años maduros al servicio de los Electores de Hannover. En 1714 el entonces Elector ocupo el trono de Gran Bretaña como Jorge I y Leibniz estaba ansioso por acompañarlo a Londres.

Pero los reyes solo son notables por su egocentrismo, y Jorge I no necesitaba a Leibniz. Así fue como Leibniz murió en Hannover el 14 de noviembre de 1716, olvidado y despreciado, y a su funeral solo asistió su secretario.

si-si-si-si-si-si-si, el numero 729 será si-no-si-si-no-si-si-no-no-si; y el numero 100 será no-no-no-si-si-no-no-si-no-no.

Agregando mas llaves podemos expresar cualquier numero que queramos, mediante esta simple combinación de si-no. A nosotros nos puede parecer complicado, pero para la computadora es la simplicidad misma. A decir verdad, ningún otro sistema concebible puede resultar tan simple...para la computadora.

Pero, ya que no somos más que seres humanos, la pregunta es si nosotros podemos manejar el sistema binario. Por ejemplo, ¿podemos convertir números binarios en números ordinarios, y viceversa? Si nos muestran el número 110001 del sistema binario, ¿que quiere decir en números ordinarios?

Por cierto que no es difícil contestar. El sistema binario emplea potencias de 2, comenzando con 2^0 en su extremo derecho y creciendo en una potencia por vez a medida que nos movemos hacia la izquierda. Así que podemos escribir el 110001 con unos numeritos debajo que representen los exponentes, en la forma

1 1 0 0 0
1
5 4 3 2 1
0

Solamente se emplean los exponentes que están debajo de los números 1, así que 110001 representa 2^5 más 2^4 más 2^0, o sea 32 más 16 más 1. En otras palabras, 110001 del sistema binario es el número 49 de los números ordinarios.

Trabajar en sentido inverso es más simple todavía. Si usted lo desea puede intentar descubrir las potencias del 2 que forman un número ordinario por ensayos sucesivos, pero no hay ninguna necesidad de hacerlo. Hay una rutina que usted puede emplear, que funciona siempre, y la voy a describir (aunque, si usted me disculpa, no me voy a molestar en explicarle por qué funciona).

Suponga que usted quiere convertir un número ordinario al sistema binario. Usted divide al número por 2 y escribe a un lado el resto. (Si el número es par, el resto será cero; si es impar, valdrá 1.) Tomando ahora solamente la parte entera del cociente, la divide por 2 de nuevo, y nuevamente escribe el resto de la división a un costado; y vuelve a operar solamente con la parte entera del nuevo cociente. Continúa usted así hasta parar cuando la parte entera del cociente queda reducida a 0 como resultado de las repetidas divisiones por 2. Los restos que anotó, leídos hacia atrás, le dan el número original en el sistema binario.

Si esto le parece complicado, se lo puede hacer muy simple por medio de un ejemplo. Probemos con el 131:

131 dividido por 2	da	el resto es igual a 1
65 dividido por 2	65,	el resto es igual a 1
32 dividido por 2	da	el resto es igual a 0
16 dividido por 2	32,	el resto es igual a 0
8 dividido por 2	da	el resto es igual a 0
4 dividido por 2	16,	el resto es igual a 0
2 dividido por 2	da 8,	el resto es igual a 0
1 dividido por 2	da 4,	el resto es igual a 1
	da 2,	
	da 1,	
	da 0,	

Entonces, en el sistema de base dos, 131 se escribe 10000011.

Con un poco de práctica, cualquiera que sepa la aritmética de cuarto grado puede pasar de los números ordinarios a los números binarios, y viceversa.

El sistema de base dos tiene el valor adicional de convertir las operaciones ordinarias de la aritmética en algo trivialmente simple. Al emplear números ordinarios, nos pasamos varios años durante los primeros grados memorizando el hecho que 9 más 5 es 14, que 8 por 3 es 24, etcétera.

En cambio, en los números binarios los únicos dígitos que existen son el 1 y el 0, de modo que hay solamente cuatro sumas posibles de dígitos, tomados de a dos: 0 más 0,1 más 0, 0 más 1, y 1 más 1. Las primeras tres dan lo mismo que uno ya sabe de la aritmética ordinaria:

0 más 0 es igual a 0

1 más 0 es igual a 1

0 más 1 es igual a 1

La cuarta suma tiene una leve diferencia. En la aritmética ordinaria 1 más 1 es 2, pero en el sistema binario no hay ningún dígito que tenga la forma 2. Aquí el 2 se representa como 10. Por lo tanto:

1 más 1 es igual a 10 (escribo el 0 y me llevo 1).

Imagínense entonces qué fácil es la suma en el sistema de base dos. Si usted quiere sumar 1001101 y 11001, la suma se hará como sigue:

06

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ +\quad 1\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

Usted puede seguir fácilmente esta operación empleando la tabla de sumar que le acabo de dar, y si convierte todo a números ordinarios (cosa que también debe poder hacer) verá que la suma que hicimos es equivalente a 77 más 25 igual a 102.

Le puede parecer a usted que seguir todos los unos y ceros es algo verdaderamente difícil, y que la facilidad con que se memorizan las reglas para sumar está más que compensada por la facilidad de perder de vista lo que uno está haciendo. Esto es bastante cierto... para un ser humano. Pero en una computadora es fácil diseñar combinaciones de llaves de encendido-apagado que funcionen de manera que los sí (encendido) y los no (apagado) estén regidos por las reglas de la suma en el sistema binario. Las computadoras no se confunden y, en escasos microsegundos, las oleadas de electrones que saltan por aquí y por allá suman números siguiendo las reglas del sistema binario.

Volviendo a los seres humanos, si usted quiere sumar más de dos números siempre puede, en el peor de los casos, agruparlos en grupos de dos. Si usted quiere sumar 110, 101,100 y 111, puede sumar primero 110 y 101 para obtener 1011, luego sumar 100 y 111 para conseguir 1011, y finalmente sumar 1011 y 1011 para conseguir 10110. (La última suma implica sumar 1 más 1 más 1, como resultado de habernos llevado un 1 a una columna que ya tiene 1 más 1. Pues bien, 1 más 1 es 10, y 10 más 1 es 11, así que 1 más 1 más 1 es 11; escribo el 1 y me llevo 1.)

La multiplicación en el sistema binario es más simple todavía. Como antes, hay sólo cuatro combinaciones posibles: 0 por 0, 0 por 1, 1 por 0 y 1 por 1, En este caso, cada multiplicación en el sistema binario es exactamente lo mismo que sería en el sistema ordinario de numeración. En otras palabras:

0 por 0 es 0

0 por 1 es 0

1 por 0 es 0

1 por 1 es 1

Para multiplicar 101 por 1101, tendríamos:

07

1	0	1	*x*	1	1	0	1
1	1	0	1				
	0	0	0	0			
		1	1	0	1		
1	0	0	0	0	1		

En números ordinarios esto equivale a decir que 5 por 13 es 65. Como ya se dijo, la computadora puede ser adaptada para manipular los sí y los no de sus llaves según los requisitos de la tabla de multiplicar binaria... y para que pueda hacerlo con una velocidad deslumbrante.

También es posible tener un sistema de numeración basado en potencias del 3 (un sistema de base tres, o "ternario"). La sucesión de números 3^0, 3^1, 3^2 3^3, 3^4, etc. (o sea 1, 3, 9, 27, 81, etc.) se puede usar para expresar cualquier número finito, siempre que se nos permita emplear hasta dos veces cada término de la sucesión.

Así, 17 es 9 más 3 más 3 más 1 más 1; y 72 es 27 más 27 más 9 más 9.

Si usted quiere escribir la sucesión de los números enteros empleando el sistema de base tres, tendrá: 1, 2; 10, 11, 12; 20, 21 22; 100, 101, 102; 110, 111, 112; 120, 121, 122; 200, etcétera.

También puede usted tener un sistema de numeración de base cuatro que emplea las potencias del 4, donde cada potencia se puede usar hasta tres veces; un sistema de numeración de base cinco que emplea potencias de 5, donde cada potencia se puede usar hasta cuatro veces; etcétera.

Para convertir un número ordinario a cualquiera de estos otros sistemas, usted sólo necesita emplear un procedimiento semejante al que le mostré para convertir números al sistema de base dos: así, dividirá repetidamente por 3 para el sistema de base tres, por 4 para el sistema de base cuatro, etcétera.

Por ejemplo, ya hemos convertido el número ordinario 131 en 110001, dividiendo 131 repetidamente por 2 y usando los restos. Supongamos que ahora dividimos 131 repetidamente por 3 y empleamos los restos:

131 dividido por 3	da	el resto es igual a 2
43 dividido por 3	43,	el resto es igual a 1
14 dividido por 3	da	el resto es igual a 2
4 dividido por 3	14,	el resto es igual a 1
1 dividido por 3	da 4,	el resto es igual a 1
	da 1,	
	da 0,	

Por lo tanto, el 131 en el sistema de base tres está formado por les restos escritos de abajo hacia arriba y vale 11212. De manera similar podemos calcular cuánto vale 131 en el sistema de base cuatro, en el sistema de base cinco, etcétera. Aquí tienen una pequeña tabla con los valores de 131 escritos en los distintos sistemas de numeración hasta el de base nueve, inclusive.

sistema de base dos	11000001
sistema de base tres	11212
sistema de base cuatro	2003
sistema de base cinco	1011
sistema de base seis	335
sistema de base siete	245
sistema de base ocho	203
sistema de base nueve	155

Usted puede verificar estos valores calculando las potencias y sumando. En el sistema de base nueve 155 es 1 * 92 más 5 * 91 más 5 * 90. Como 9^2 es 81, 9^1 es 9 y 9^0 es 1, tenemos 81 más 45 más 5, o sea 131. En el sistema de base seis 335 es 3 * 6^2 más 3 * 6^1 más 5 * 6^0. Ya que 6^2 es 36, 6^1 es 6 y 6^0 es 1, tenemos 108 más 18 más 5, o sea 131. En el sistema de base cuatro 2003 es 2 * 4^3 más 0 * 4^2 más 0 * 4^1 más 3 * 4^0, y como 4^3 es 64, 4^2 es 16, 4^1 es 4 y 4^0 es 1, tenemos 128 más 0 más 0 más 3, o sea 131.

Los otros los puede verificar usted mismo, si gusta.

Pero, ¿hay alguna razón para detenerse en un sistema de base nueve? ¿Puede haber un sistema de base diez? Bueno, supongamos que escribimos el 131 en el sistema de base diez, dividiéndolo sucesivamente por diez:

131 dividido por 10 da 13, el resto es igual a 1 13 dividido por 10 da 1, el resto es igual a 3 1 dividido por 10 da 0, el resto es igual a 1

Por lo tanto, 131 en el sistema de base diez es 131.

En otras palabras, nuestro sistema común de numeración es el sistema de base diez, construido sobre una sucesión de potencias de 10:100, 101, 102, 103, etc. El número 131 es igual a 1 * 10^2 más 3 * 10^1 más 1 * 10^0. Como 10^2 es 100,10^1 es 10 y 10^0 es 1, esto significa que tenemos 100 más 30 más 1, o sea 131.

Así que el sistema de numeración ordinario no tiene nada de básico ni de fundamental. Es un sistema basado en las potencias del 10, porque tenemos diez dedos en las manos y en un principio contábamos con los dedos, pero las potencias de cualquier otro numero reúnen todas las condiciones matemáticas necesarias para formar un sistema de numeración.

Así podemos seguir y construir un sistema de base once y un sistema de base doce. Aquí surge una dificultad. Contando el 0, el número de dígitos que se necesita para cualquier sistema es igual al número que se emplea como base.

En el sistema base dos necesitamos dos dígitos distintos: 0 y 1. En el sistema de base tres necesitamos tres dígitos distintos: 0, 1 y 2. En el sistema familiar de base diez necesitamos, por supuesto, diez dígitos distintos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Se concluye, entonces, que en el sistema de base once necesitaremos once dígitos distintos, y en el sistema de base doce necesitaremos doce dígitos diferentes.

Empleemos el signo $ para el dígito decimoprimero y el signo # para el decimosegundo. Los valores de estos dígitos en el sistema de numeración ordinario y de base diez son:

$ = 10 y # = 11.

Entonces, el 131 en el sistema de base once es:

131 dividido por 11 da 11	el resto es igual a 10 = $
11 dividido por 11 da 1	el resto es igual a 0
1 dividido por 11 da 0	el resto es igual a 1

de manera que 131 en el sistema de base once es 10$.
Y en el sistema de base doce:

131 dividido por 12 da 10	el resto es igual a 11 = #
10 dividido por 12 da 0	el resto es igual a 10 = $

así que 131 en el sistema de base doce es $#.
Y podemos seguir subiendo y subiendo hasta tener un sistema de base 4.583, si queremos (pero con 4.583 dígitos distintos, incluyendo el cero).
Bueno, todos los sistemas de numeración pueden ser válidos, pero ¿qué sistema es el más conveniente? A medida que se emplean bases cada vez más altas, los números se van haciendo cada vez más cortos. Así, 131 es 11000001 en el sistema de base dos, es 131 en el sistema de base 10 y es $# en el sistema de base doce. Pasa de ocho cifras a tres cifras y a dos cifras. A decir verdad, en un sistema de base 131 (o mayor) se reduciría a una sola cifra. De alguna manera esto significa una mayor conveniencia. ¿Quién necesita números largos?

Pero ocurre que el número de dígitos diferentes que debemos emplear para construir los números crece a medida que la base aumenta, y con ello aumentan los inconvenientes. En alguna parte del proceso existe una base intermedia para la cual el número de dígitos distintos no es demasiado alto y el número de cifras de los números que más se usan no es demasiado grande.

Es natural que nos parezca que el sistema de base diez es el término medio más justo. Tener que memorizar diez dígitos distintos no parece ser un precio demasiado elevado cuando, como compensación, son suficientes las combinaciones de cuatro dígitos para construir cualquier número menor que diez mil.

Sin embargo, de vez en cuando aparecen elogios hacia el sistema de base doce. Las combinaciones de cuatro dígitos en el sistema de base doce nos permitirían llegar un poco por encima del veinte mil, pero eso parece ser una recompensa muy exigua a cambio de la tarea de aprender a manipular dos dígitos adicionales. (Los escolares tendrían que aprender operaciones tales como $ más 5 es 13, y # por 4 es 38.)

Pero aquí surge otra cuestión, Cuando usted trabaja con cualquier sistema de numeración, tiende a expresarse en números redondos: 10, 100, 1.000, etc. Pues bien, 10 en el sistema de base diez es un múltiplo exacto del 2 y del 5, y nada más. En cambio, el "10" del sistema de base doce (que es equivalente al 12 en el sistema de base diez) es un múltiplo exacto del 2, del 3, del 4 y del 6. Esto significa que un sistema de base doce (duodecimal) debería ser más adaptable a las operaciones comerciales y, a decir verdad, este sistema duodecimal es el que se emplea cada vez que se venden artículos por docenas (12s) y por gruesas (144s), puesto que el 12 vale 10, y el 144 vale 100 en el sistema de base doce.

Pero en esta era de las computadoras la atracción apunta hacia un sistema de base dos. Y como un sistema binario es una mezcla incómoda y antiestética de unos y ceros, existe un término medio posible.

Un sistema de base dos está muy relacionado con un sistema de base ocho, puesto que el 1.000 del sistema binario equivale al 10 del sistema de base ocho, o si lo prefiere 2^3 equivale a 8^1. Por lo tanto podemos establecer la correspondencia que sigue;

Sistema de base dos	Sistema de base ocho
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

De esta forma hemos tenido en cuenta todos los dígitos (incluyendo el cero) del sistema de base ocho y todas las combinaciones de tres dígitos (incluyendo el 000) que hay en el sistema de base dos.

En consecuencia, cualquier número escrito en base dos se puede separar en grupos de tres cifras (añadiendo ceros a la izquierda, si resulta necesario) y se lo puede convertir en un número de base ocho empleando la tabla que le acabo de dar. De esta manera, por ejemplo, el número de base dos 111001000010100110 se puede separar como 111, 001, 000, 010, 100, 110 y se lo puede escribir como el número de base ocho 710246. Viceversa, al número de base ocho 33574 se lo puede escribir como el número de base dos 011011101111100 casi con la misma rapidez con que uno lo lee, una vez que ha aprendido la tabla.

En otras palabras, si nos pasáramos del sistema base ocho habría un entendimiento mucho mayor entre nosotros y nuestras maquinas[10] y quien sabe como se habría de acelerar el progreso de la ciencia[11].

---

[10] Las computadoras tienen mala prensa en estos días. Se supone que son desalmadas y que deshumanizan al hombre. Pero, ¿qué es lo que espera la gente? Insisten en poblar al mundo de miles de millones. Insisten en tener gobiernos que gastan cientos de miles de millones. (Por cierto que lo hacen. En los Estados Unidos no hay una sola persona que no esté a favor de la reducción de los gastos del gobierno, *excepto* allí donde resulte afectada *su* forma de vida; y como cada reducción perjudica la forma de vida de millones, no se hace ninguna reducción.) Insisten en las grandes empresas, los grandes desarrollos científicos, los grandes ejércitos, todo lo demás, y las cosas se han vuelto tan complicadas que nada de todo esto resulta posible sin las computadoras.
Por cierto que las computadoras cometen errores caprichosos, pero eso no se debe a la computadora. El culpable es el ser humano que la programó o la operó. Si usted no puede lograr que los talones de sus cheques se ajusten al balance, ¿a quién le habrá de echar la culpa, al sistema de numeración o a su propia incapacidad para sumar? (¿Al sistema de numeración? Bueno, en ese caso, debo suponer que también habrá de acusar a las computadoras.)
¿Deshumanizantes? Yo sospecho que la misma queja fue proferida por algún arquitecto protosumerio que se sintió disgustado al ver las cuerdas con nudos que empleaban los jóvenes aprendices para medir las distancias en el templo en construcción. Habrá dicho: un arquitecto debería usar sus ojos y su inteligencia, y no depender de artefactos mecánicos carentes de espíritu.

Por supuesto que un cambio semejante no sería práctico, pero piénselo por un momento... Suponga que en los orígenes el hombre primitivo hubiera aprendido a contar con sólo ocho de sus dedos, dejando de lado esos dos pulgares tan torpes y molestos...

En realidad, la gente que emite juicios feos sobre las computadoras no hace otra cosa que dejarse dominar por una especie de droga pseudo intelectual. No hay ninguna manera de separarlas de la sociedad sin provocar el desastre, y si todas las computadoras fueran a la huelga durante veinticuatro horas, entonces sentirían en carne propia lo que se quiere decir cuando se habla de una nación completamente paralizada.
Es muy cómodo quejarse de nuestra tecnología moderna al mismo tiempo que se le saca toda la ventaja posible. No cuesta nada.

[11] En realidad, desde hace muchos años quienes trabajan en computación emplean un sistema hexadecimal (de base dieciséis) justamente por los motivos que señala el autor. (N. del T.)

Capítulo 3
¡Un signo de admiración!

Les puedo asegurar que es algo muy triste estar enamorado sin ser correspondido. La verdad es que yo adoro a la matemática, pero ésta se muestra totalmente indiferente conmigo.

Bueno, yo puedo manejar los aspectos elementales de la matemática, es cierto, pero en cuanto necesito penetrar hasta cierta profundidad, ella se escapa en busca de algún otro. Yo no le intereso.

Sé que esto es así porque de vez en cuando me meto de lleno a trabajar con papel y lápiz por ver si logro realizar algún gran descubrimiento matemático, y hasta ahora he obtenido solamente dos clases de resultados:

1. hallazgos totalmente correctos que son muy viejos y
2. hallazgos completamente nuevos que son totalmente incorrectos.

Por ejemplo (como muestra de la primera clase de resultado) descubrí, cuando era muy joven, que las sumas de números impares sucesivos daban los cuadrados de los números enteros. En otras palabras: 1 = 1; 1 + 3 = 4; 1 + 3 + 5 = 9; 1 + 3 + 5 + 7 = 16, etc. Lamentablemente, Pitágoras también conoció este resultado en el año 500 a. C. y yo sospecho que algún babilonio lo supo allá por el 1.500 a.C.

Un ejemplo de la segunda clase de resultado tiene que ver con el Ultimo Teorema de Fermat[12]. Hace un par de meses estaba pensando en el problema cuando sentí un repentino resplandor interior y una especie de brillo deslumbrante irradió el interior de mi cráneo. Había logrado demostrar de una manera muy simple que el Ultimo Teorema de Fermat es cierto.

Si les digo que los más grandes matemáticos de los tres últimos siglos han atacado el Ultimo Teorema de Fermat con herramientas matemáticas cada vez más complejas y que todos ellos han fracasado, advertirán qué rasgo de incomparable

[12] Esto no lo voy a discutir aquí. Por ahora baste con decir que es el problema no resuelto más famoso de la matemática. (N. del A.) Desde que se escribió el libro ya se consiguió resolver el famoso Teorema de Fermat. (Nota del Corrector